

The Implications of Financial Market Frictions and Tax Code Convexity for Dynamic Risk Budgeting

Mohammad Feghhi Kashani¹ | feghhi@atu.ac.ir

Received: 15/Aug/2025 | Accepted: 30/Dec/2025

Abstract Risk management is central to the operations of economic enterprises—particularly financial institutions—and is critical for long-term viability and for maintaining dynamic consistency with constraints imposed by available economic capital. These considerations have intensified scholarly and managerial interest in risk budgeting frameworks. This study focuses on dynamic risk budgeting within a parsimonious analytical setting that explicitly incorporates key real-world characteristics and structural determinants. To this end, a time-consistent continuous-time dynamic stochastic partial equilibrium model of agents' decision-making is developed to examine how financial market frictions and tax code convexity affect dynamic risk budget adjustments and optimal hedging strategies. The analysis demonstrates that, under certain conditions, market frictions and distortionary policy interventions generate distributional effects on hedged returns, thereby influencing dynamic risk budgeting outcomes. The interaction between market frictions and tax convexity is further explored, along with its implications for policy design and financial regulation. Quantitative simulations are used to assess the role of transaction costs in each setting, highlighting their impact on risk budgeting dynamics.

Keywords: Risk Budgeting, Financial Market Frictions, Tax Code Convexity, Conditional Value at Risk, Hedging Costs, Transaction Costs

JEL Classification: G1, G11, G32, C61, C63, H21.

1. Assistant Professor, Faculty of Economics, Allameh Tabatabaee University, Tehran, Iran

دلالت‌های اصطکاکات بازار مالی و تحذب کد مالیاتی برای بودجه‌بندی ریسک پویا

محمد فقهی کاشانی

feghhi@atu.ac.ir

استادیار دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران.

مقاله پژوهشی

پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۰۹

دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۲۴

چکیده: مدیریت ریسک معطوف به فعالیت بنگاه‌های اقتصادی بویژه موسسات مالی و نقش حیاتی آن برای بقای بلندمدت و انطباق پویا با الزامات و محدودیت منابع سرمایه اقتصادی در دسترس آنها، نگرانی‌های جدی را درمورد بودجه‌بندی ریسک در بین محققین و مدیران برانگیخته است. بر این اساس، رویکرد بودجه‌بندی ریسک پویا در یک فضای تحلیلی موجز اما ضرورتاً در برگزیده عناصر مشخصه و تعیین‌کننده مرتبط دنیای واقعی، نقطه کانونی این مطالعه را تشکیل می‌دهند. از اینرو در چهارچوب یک مدل تعادل جزیی پویای تصادفی زمان پیوسته سازگار به لحاظ زمانی از تصمیم‌سازی احاد اقتصادی به بررسی پیامدهای عمدتاً وجود اصطکاکات بازار مالی و تحذب کد مالیاتی برای تعدیلات بودجه ریسکی پویا و راهبرد پوشش ریسک بهینه پرداخته شده است. نشان داده می‌شود که چگونه نواقص بازاری و این دست از مداخلات اختلال‌زای سیاست‌گذار، تحت شرایط معین می‌توانند اثرات توزیعی برای بازده‌های پوشش داده شده و از آنجا بودجه‌بندی ریسک پویا داشته باشند. چگونگی تعاملات متقابل اصطکاکات بازاری و تحذب مالیاتی در زمینه پویایی‌های بودجه‌بندی ریسک و دلالت‌های سیاستی و مقرراتی آنها نیز مورد تحلیل قرار می‌گیرد. همچنین دلالت‌های هزینه‌های معاملاتی متضمن هر مورد، در شبیه‌سازی کمی صورت گرفته پیگیری شده است.

کلیدواژه‌ها: بودجه‌بندی ریسک، اصطکاکات بازار مالی، تحذب کد مالیاتی، ارزش در معرض خطر مشروط، هزینه پوشش ریسک، هزینه‌های معاملاتی.
طبقه‌بندی JEL: G1, G11, G32, C61, C63, H21.

مقدمه

امروزه بواسطه گسترش دامنه و شدت ریسک‌های معطوف به فعالیت بنگاه‌ها، یکی از دغدغه‌های اساسی مدیران بنگاه‌ها بخصوص موسسات مالی، سیاست‌گذاران اقتصادی، و نهادهای مقررات‌گذار متمرکز بر طراحی، بکارگماری و نظارت بر روش‌های کنترل فعال ریسک در برگیرنده احساس انواع ریسک، بویژه ریسک بازار است. بودجه‌بندی ریسک و پوشش ریسک بهینه ازجمله این روش‌ها است. هرچند مفهوم ارزش در معرض خطر به‌عنوان یکی از اجزاء بنیانی این روش‌ها مورد مذاقه و تحلیل متخصصین و پژوهشگران بطور قابل توجهی در چند دهه اخیر قرار گرفته است، اما دلالت‌های پویای انواع اصطکاکات موجود در بازارها و اختلالات سیاستی متضمن برای طراحی و کاربرست موثر روش‌های مزبور و مفهوم ارزش در معرض خطر به مثابه جزء کلیدی آنها به‌ویژه در یک چهارچوب تحلیلی مهارپذیر و درعین حال منسجم و سازگار به‌طور پویا به میزان قابل توجهی کمتر مورد توجه و اهتمام متخصصان و پژوهشگران این حوزه قرار گرفته است. مقاله حاضر سعی می‌نماید تا این شکاف را مورد توجه قرار داده و با استفاده از ابزارهای تحلیلی استاندارد نوین در یک فضای تحلیلی بسیار موجز تقلیل دهد.

به‌طور کلی دلایل و انگیزه‌های متعددی برای بنگاه‌ها، به‌ویژه بانک‌ها و موسسات مالی جهت طراحی و کاربرست کارای این روش‌ها وجود دارند. در این زمینه از جمله می‌توان به کاهش هزینه تامین مالی خارجی، تقلیل موارد معطوف به پریشانی مالی و اعسار احتمالی و هزینه‌های مرتبط با آنها، مدیریت کارآمدتر بدهی‌های مالیاتی بنگاه، و تقلیل نوسانات و ریسک‌های جریان نقدی بنگاه در طول زمان اشاره نمود. در رابطه با موسسات مالی و بانک‌ها دلایلی نظیر تقلیل الزامات مقرراتی سرمایه‌ای، مدیریت سرمایه ریسکی از طریق تنظیم کارآمدتر پرتفوی سرمایه‌گذاری آنها و بدین طریق نیاز کمتر به تامین مالی خارجی بیشتر، تاکید بیشتری بر اهمیت این امر را فراهم می‌سازد. به همین ترتیب سیاست‌گذاران و مقررات‌گذاران نیز با انگیزه تخفیف ریسک جهانی^۱ و فراهم‌سازی بسترهای کارآمدتر جهت تقلیل هزینه‌های معاملاتی و دامن زدن به رشد اقتصادی، دغدغه‌مند در خصوص پیگیری تبعات سیاست‌های مرتبط اتخاذی آنها با بهره‌گیری از این روش‌ها خواهند بود.

با توجه به این ملاحظات، لحاظ‌سازی جنبه‌های عینی و تجربی ناکاملی‌های موجود در طراحی و بکارگماری روش‌های مدیریت ریسک بهینه و پیگیری دلالت‌های آنها در این زمینه، از اهمیت

۱. به‌طور کلی در ادبیات مالی، ریسک فروپاشی کل سیستم مالی به‌دنبال عموماً فروپاشی یک بنگاه مالی مهم که می‌تواند به‌طور بالقوه موجب یک کاهش در فعالیت‌های اقتصادی واقعی گردد، ریسک جهانی نامیده می‌شود.

مضاعفی برخوردار هستند. با این رویکرد، مطالعه حاضر به بررسی دلالت‌های اصطکاکات (ساختاری) موجود در بازاری مالی در شرایط وجود اختلالات سیاستی از نوع تحدد کد مالیاتی و افتراق در مالیات بر بازده باندهای بدون ریسک برای بودجه‌بندی پویای ریسک کارا با محدودیت معیار ریسکی به لحاظ زمانی سازگار، خواهد پرداخت. این مهم را ابتدا به‌طور نظری بسط خواهیم داد و سپس به‌صورت مقداری با استفاده از تکنیک شبیه‌سازی نتایج کسب شده ارائه خواهند شد. نشان داده خواهد شد که چگونه ویژگی‌های لحاظ شده، پویایی‌های متضمن در بودجه‌بندی ریسک را از طریق دو کانال تعدیل در پرتفوی بهینه استاندارد و تعدیل در معیار ارزش در معرض خطر مشروط متأثر خواهند ساخت. به‌طور مشخص نشان داده می‌شود که هزینه‌های پوشش ریسک بیشتر به‌واسطه اصطکاکات بالاتر در بازارهای مالی و تحدد کد مالیاتی بیشتر مستلزم بودجه ریسکی بالاتر خواهد بود. در مقابل، مالیات‌های بالاتر بر بازده باندهای بدون ریسک نتیجه معکوس در این زمینه را به‌دنبال خواهد داشت. در ادامه، بخش دوم مقاله به یک مرور مختصری بر ادبیات موجود مرتبط اختصاص خواهد یافت. در بخش سوم مقاله به ارائه مدل نظری و نتایج حاصل از آن خواهیم پرداخت. بخش چهارم مقاله مختص به بررسی کمی نتایج مدل در چهارچوب تکنیک شبیه‌سازی و پیگیری پویایی‌های متضمن آن خواهد بود. بخش انتهای مقاله به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری و ارائه برخی پیشنهاد‌های سیاستی خواهد پرداخت.

پیشینه پژوهش

بودجه‌بندی ریسک که بعضاً راهبرد تنوع‌بخشی ریسک در سبد سرمایه‌گذاری نیز نامیده می‌شود، اشاره به تنظیم پرتفوی سرمایه‌گذار بر اساس میزان مساعدت ریسکی هر دارایی به کل ریسک از پیش تعیین شده پرتفوی او می‌نماید. بدین ترتیب پرتفوی بهینه نتیجه تخصیص بهینه ریسک هر دارایی در چهارچوب محدودیت بودجه ریسکی تعیین شده توسط سرمایه‌گذار خواهد بود. بودجه‌بندی ریسک پویای بهینه متضمن ساخت‌بندی پرتفوی دارایی‌ها در طول زمان با توجه به تحولات مساعدت‌های ریسکی دارایی‌های متشکل پرتفوی طی زمان و تعدیلات پویا در تصمیمات اتخاذ شده تخصیصی سرمایه‌گذار به‌نحو بهینه است. به لحاظ تکنیکی این فرایند را می‌توان به‌طور مختصر به‌صورت تخصیص بودجه ریسکی با توجه به معیارهای ریسک پویای به‌نحو سازگار شده از نظر زمانی در چهارچوب تعمیم بازگشتی مساعدت‌های اوایلر کلاسیکی مستلزم بازطراحی دنباله‌ای از مسائل

بهینه‌سازی اکیدا محدب در نظر گرفت (پسنتی و دیگران^۱ ۲۰۲۴). تنظیم پرتفوی با مساعدت ریسک برابر، یک شرح خاص از این روش محسوب می‌شود که از محبوبیت قابل توجهی نیز در صنعت مدیریت دارایی برخوردار گردیده است. از نظراتاریخی ریشه این رویکرد را می‌توان ابتدا به روی^۲ (۱۹۵۲)، موسین^۳ (۱۹۶۸)، سامونلسون^۴ (۱۹۶۹)، مرتون^۵ (۱۹۶۹، ۱۹۷۱)، و سپس به نوعی به لیوبویز و کوگلمان^۶ (۱۹۹۱)، کمپل و دیگران^۷ (۲۰۰۱)، استراسبرگر^۸ (۲۰۰۶)، کیان^۹ (۲۰۰۵ و ۲۰۱۱)، مایلارد و دیگران^{۱۰} (۲۰۱۰)، رونکالی^{۱۱} (۲۰۱۳ و ۲۰۱۶)، ریچارد و رونکالی^{۱۲} (۲۰۱۹) نسبت داد. به‌طور کلی ثبات تخصیص منته‌ج و رعایت اصل مدیریت تنوع، مزیت برجسته این رویکرد به حساب می‌آید که عموماً پایدارتر از مکانیسم تنوع پرتفوی‌های بهینه میانگین-واریانس خواهد بود.

اصطکاکات بازارهای مالی شامل مواردی نظیر هزینه‌های معاملات، محدودیت نقدینگی تامین مالی، اصطکاک نقدینگی بازار، تهدید وقوع احتمالی هجوم بانکی، محدودیت‌های اهرم‌سازی و استقراض، محدودیت‌های فروش استقراضی، محدودیت‌های گردش مالی، عدم تقارن اطلاعات، ذخایر مقرراتی سرمایه، و محدودیت‌های حاشیه سود و غیره می‌گردند. بطور کلی این اصطکاک‌ها بر قیمت‌گذاری کارایی دارایی‌ها، مشارکت در ریسک، هزینه پوشش ریسک و از این طروق فرایند بهینه‌سازی پرتفوی و تخصیص بهینه ریسک سرمایه‌گذاران می‌توانند تأثیر گذارند (دوو و دیگران^{۱۳} ۲۰۲۳، ای و دیگران^{۱۴} ۲۰۲۰). هرچند ادبیات موجود به‌طور کلی تأثیر این دست از عوامل را به‌طور مستقیم و غیرمستقیم بر ریسک و هزینه‌های پوشش آن مورد تأکید قرار داده‌اند اما توجه درخور به دلالت‌های آن برای تخصیص بهینه ریسک پویا به‌صراحت و مستقیم و در یک فضای تحلیلی یکپارچه و موجز نداشته‌اند. برای مثال پسنتی و دیگران (۲۰۲۴) هرچند جنبه‌های کلیدی و مهم بودجه‌بندی ریسک را از قبیل توجه به

1. Pesenti, Jaimungal, Saporito, Targino
2. Roy
3. Mossin
4. Samuelson
5. Merton
6. Leibowitz and Kogelman
7. Campbell, Huisman, and Koedijk
8. Strassberger
9. Qian
10. Maillard, Roncalli, and Terletche
11. Roncalli
12. Richard and Roncalli
13. Dou, Fang, Lo, and Uhlig
14. Ai, Li, Li, and Schlag

معیارهای ریسک پویای سازگار به لحاظ زمانی و چگونگی شکل‌گیری پویایی‌های مساعدت‌های ریسکی را مطالعه می‌نمایند اما فضای تحلیلی آنها عاری از تصریح انواع اصطکاکات بازاری است. **ویا انگر**^۱ (۲۰۱۴) به بررسی نسبت اجمالی ابعاد مختلف بودجه‌بندی ریسک برای بهینه‌سازی پرتفوی، بدون تمرکز بر اصطکاکات بازاری می‌پردازد. **ستینگوز و دیگران**^۲ (۲۰۲۲) نیز به‌لحاظ نظری به تحلیل پرتفوی‌های متضمن بودجه‌بندی ریسک برای دامنه نسبتاً گسترده‌ای از معیارهای ریسک، منتهی مراتب بدون تمرکز بر اصطکاکات بازاری اهتمام می‌ورزند. در مقابل **ژانگ و دیگران** (۲۰۱۶) بهینه‌سازی پویای پرتفوی را در شرایط وجود هزینه‌های نقدینگی و هزینه‌های مرتبط با اثرات حجم بالای معاملات بر قیمت‌داری‌های مالی اما بدون لحاظ‌سازی بودجه‌بندی ریسک مورد توجه قرار می‌دهند.

مسئله نادیده گرفتن اصطکاکات بازارهای مالی در تنظیم راهبردهای تخصیص بهینه ریسک پویا می‌تواند مانع از تحقق اهداف آن راهبردها در عمل و در دنیای واقعی گردد. به‌ویژه وقتی هزینه‌های پوشش ریسک به‌واسطه این اصطکاکات قابل توجه بوده و نیاز به انجام معاملات با حجم بالا و توازن‌سازی مکرر در طی زمان باشد، مغفول ماندن این ویژگی‌ها در طراحی و بکارگیری راهبردهای بهینه تخصیص ریسک به‌طور پویا می‌تواند دامن زنده به مشکل سازگاری زمانی آنها به‌طور قابل توجهی گردد. درنتیجه، تخصیص‌های غیربهینه و پرهزینه می‌توانند شکل گرفته و تحقق یابند. استدلال پایه‌ای این مطالعه بر این ملاحظه استوار است که انواع اصطکاکات بازاری می‌توانند به‌طور پویا میزان مساعدت‌های به ریسک کل و مجموعه قابل دسترسی برای تنظیم پرتفوی و از این کانال‌ها هزینه بودجه‌بندی ریسک را متحول سازند. بنابراین طراحی و بکارگیری مدلی که به‌طور مفهومی این جنبه‌ها از اصطکاکات بازاری را دربرگیرد امری ضروری برای بررسی مقرون به‌واقع دلالت‌های آنها برای بودجه‌بندی ریسک پویا خواهد بود. ادبیات موجود در این زمینه توجه در خور را از خود بروز نداده و مطالعه حاضر را بایستی تلاشی جهت برطرف‌سازی این کاستی تلقی و دسته‌بندی نمود. با این رویکرد، مشاهده کلیدی و مبنایی مطالعه حاضر توجه به این خصوصیت عمومی است که انواع اصطکاکات بازاری اعم از آنهایی که سرانجام دامن زنده به بازده انتظاری مورد نیاز سرمایه‌گذاران و یا حالا تحلیل‌دهنده بازده انتظاری درخواستی سرمایه‌گذاران باشند، از کانال‌های مختلف، برانند تعاملات آنها نهایتاً می‌توانند موجب تاثیرگذاری بر پویایی‌های فرایند تجمع ثروت گردند. این امر به نوبه خود پویایی‌های بودجه ریسکی را در یک فرایند مستلزم بهینه‌سازی تخصیص ریسک مابین اجزاء

1. Unger

2. Cetingoz, Fermanian and Guéant

تشکیل دهنده پرتفوی بهینه متحول ساخته و نقشی بسزا می‌تواند در هزینه پوشش ریسک برحسب پرتفوی ایفا نماید.

از سوی دیگر نقش و تاثیر تحدد کد مالیاتی برای فرایند بودجه‌بندی ریسک پویا به‌طور کلی در ادبیات به شایستگی مورد توجه قرار نگرفته است. در اینجا منظور از تحدد کد مالیاتی تاکید بر خصوصیت محدد بودن تعهد مالیاتی انتظاری نسبت به بازده‌های قبل از مالیات است. به‌طور مشخص‌تر اشاره می‌کند به این مفهوم که افزایش در واریانس بازده دارایی‌های ریسکی می‌تواند به‌رغم حتی ثابت بودن بازده انتظاری دارایی ریسکی، موجب دامن زدن به تعهد مالیاتی انتظاری گردد. این ویژگی در حقیقت از آن‌رو متصور است که زیان‌های تصادفی تحقق‌یافته در اغلب سیستم‌های مالیاتی مشمول کاهش تمام یا بخشی از تعهدات مالیاتی سرمایه‌گذاران و بنگاه‌ها نخواهند شد. این در حالیست که سودها یا پاداش‌های تصادفی تحقق‌یافته به‌طور کامل مشمول مالیات خواهند بود. در این حوزه، اسمیت و استولز^۱ (۱۹۸۵) با معرفی یک چهارچوب تحلیلی کلاسیک به مالیات در کنار هزینه‌های عامل و پریشانی مالی به‌عنوان عوامل دخیل در پوشش ریسک توسط بنگاه‌ها توجه می‌کنند. گراهام و اسمیت^۲ (۱۹۹۹) پیشگام در توجه به نقش توابع مالیاتی محدد در دامن زدن به انگیزه برای پوشش ریسک محسوب می‌شوند. آهن و دیگران^۳ (۱۹۹۹) به بررسی تبعات تحدد مالیاتی و هزینه‌های پریشانی مالی و ورشکستگی برای تابع هدف پرداخته و نشان می‌دهند که در این شرایط راهبرد پوشش ریسک خطی غیربهینه خواهد بود. از این‌رو آنها متمرکز بر ترکیب بهینه قراردادهای آتی و اختیار معامله جهت مدیریت ریسک بهینه می‌گردند. سارکار^۴ (۲۰۰۸) به اهمیت تحدد مالیاتی در تحت تاثیر قرار دادن اهرم‌سازی بهینه و مرزهای نکول اشاره داشته است. در همین حوزه لای و دیگران^۵ (۲۰۱۴) به نقش تحدد مالیاتی در زمینه انگیزه نکول و زمان‌بندی سرمایه‌گذاری در چهارچوب یک مدل مبتنی بر مطالبات محتمل پرداخته‌اند. بکر و لوفلر^۶ (۲۰۲۴) بر چگونگی تاثیرپذیری منطق آربیتراژ^۷ از تعهدات مالیاتی غیر خطی تاکید نموده‌اند. بطور مشخص‌تر آنها به تاثیر تحدد مالیاتی بر محدودسازی آربیتراژ در نتیجه اثرگذاری بر فرایند قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی می‌پردازند. البته پیش از این لای و دیگران (۲۰۱۳) دلالت‌های

1. Smith and Stulz

2. Graham and Smith

3. Ahn, Boudoukh, Richardson, and Whitelaw

4. Sarkar

5. Lei, Yick, and Lam

6. Becker and Löffler

7. Arbitrage

تحدب مالیاتی را برای ریسک بازار به واسطه نقش غیر خطی بودن تعهدات مالیاتی در ایجاد توزیع غیرمتمقارن بازده‌ها و از این طریق کیفیت بده بستان بازده -ریسک، مورد بررسی قرار داده بودند. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که در ادبیات مربوطه توجه لازم به دلالت‌های تحدب مالیاتی برای مدیریت ریسک و بودجه‌بندی ریسک پویا صورت نگرفته است.

یکی از دغدغه‌های مقاله حاضر در حقیقت پرداختن به تبعات مالیات‌های محدب برای بودجه‌بندی ریسک، در یک چهارچوب تحلیلی منسجم و مهارپذیر از نظر استخراج نتایجی روشن و تا حد امکان غیر ابهام‌آمیز است. دلایل متعددی در توجه به ارتباط ممکن و موثر تحدب مالیاتی و بودجه‌بندی ریسک از جنبه‌های مختلف می‌توانند مطرح گردند. نخست در راستای استدلال گراهام و اسمیت، انگیزه کافی برای سرمایه‌گذاران و بنگاه‌ها جهت کاهش واریانس جریان‌ات نقدی و پاداش‌های آنها وجود دارد. بودجه‌بندی ریسک پویا می‌تواند آنها را در این زمینه از طریق ارائه چهارچوبی عملی برای تخصیص کارای منابع ریسکی آنها در طول زمان کمک نماید. به علاوه پویایی‌های متضمن در درآمد‌های مشمول مالیات، تغییرات محتمل در نظام‌های مالیاتی، و تغییرات مستمر در معرض قرارگیری منابع مولد جریان‌ات نقدی می‌توانند تحدب مالیاتی را تحت تاثیر قرار دهند. در چنین شرایطی، بودجه‌بندی ریسک پویا می‌تواند بنگاه‌ها و سرمایه‌گذاران را در تخصیص پیوسته ریسک در طول زمان به نحوی که آثار هزینه‌ساز احتمالی تحدب مالیاتی را به گونه‌ای کارآمد تقلیل دهد، یاری رساند. همچنین تحدب مالیاتی بواسطه خصوصیت مسیر وابسته بودن ارزش نهایی کاهش در ریسک می‌تواند انگیزه کافی برای تنظیم بودجه ریسکی در طول زمان به نحوی سازگار به لحاظ زمانی را به نوبه خود فراهم سازد.

به علاوه مالیات بر بازده باندهای بدون ریسک موجب دامن زدن به هزینه استفاده از باندهای بدون ریسک به منزله یکی از ابزارهای مالی فاقد ریسک در تنظیم پرتفوی بهینه می‌تواند تلقی گردد. هرچند ادبیات محدودی به دلالت‌های این دست از مالیات‌ها بر شکل‌گیری پرتفوی سرمایه‌گذاران اشاره داشته‌اند ولی تحلیل یکپارچه و متمرکز تعاملات آن با بودجه‌بندی ریسک پویای سازگار به لحاظ زمانی به‌طور صریح، به‌رغم اهمیت کاربردی و شناختی آن در این حوزه، مورد توجه مکفی و در خور در کارهای تحقیقاتی علمی قرار نگرفته است. ^۱ رایشنشتاین (۲۰۰۱) و ^۲ هوران (۲۰۰۷) بر اهمیت توجه به بازده پس از مالیات دارایی‌ها برای تخصیص بهینه آنها تاکید می‌نمایند. استدلال بنیانی در این زمینه مبتنی بر نقش کلیدی بازده بدون ریسک پس از مالیات در ارزیابی سرمایه‌گذاران

1. Reichenstein

2. Horan

از هزینه فرصت سرمایه و خصوصا بازده هر واحد ریسک اتخاذی در چهارچوب نسبت شارپی و به طور خاص صرف ریسک معطوف به دارایی های ریسکی است. ولیکن هیچ یک به نقش مهم آن در فرایند بودجه بندی ریسک پویا که ماهیتا فرایندی جلونگر در دنیای واقعی محسوب می شود، نمی پردازند. در حقیقت عدم لحاظ سازی این دست از مالیات ها می تواند بودجه بندی ریسک بهینه را به طور کلی مختل ساخته و نتایجی غیر بهینه برای تنظیم پرتفوی مبتنی بر تخصیص ریسک سرمایه گذار را در پی داشته باشد. بر این اساس، مطالعه حاضر سعی می نماید که در یک چهارچوب تحلیلی موجز یکپارچه به تحلیل دلالت های مالیات بر دارایی بدون ریسک بر مساعدت نهایی ریسک کل دارایی های درون پرتفوی سرمایه گذار و سازوکار بودجه بندی ریسک پویای بهینه بپردازد.

چهارچوب مدل

برای کسب نتایج تحلیلی ملموس و روشن و تا حد امکان غیرمشرط و تمرکز بر کانال های اصلی و عمده مولفه های مورد توجه این مطالعه بر بودجه ریسکی بنگاه، راهبرد بسط ایده اساسی در موجزترین فضای تحلیلی مبتنی بر تعادل جزئی دنبال گردیده است. بنابراین یک اقتصاد موهبتی تصادفی زمان پیوسته با افق زمانی محدود شده مابین صفر تا T را در نظر می گیریم. اقتصاد متشکل از سرمایه گذار نمونه ای است که در صدد حداکثرسازی تابع مطلوبیت انتظاری نمایی تصریح شده توسط رابطه (۱) خود از سطح داده شده ثروت اعطایی به او است. در این اقتصاد یک دارایی بدون ریسک با بازده داده شده بصورت رابطه (۲) و n دارایی ریسکی که بازده آنها از یک فرایند ایتو هندسی بصورت مشخص شده توسط رابطه (۳) پیروی می کنند برای سرمایه گذار موجود هستند.

$$\mathbb{E}[U(W_T)] = \mathbb{E}[-\gamma e^{-\gamma W_T}] \quad (1)$$

$$dBO_t = r_t BO_t dt \quad (2)$$

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \Sigma_t^{\frac{1}{2}} dB_t \quad (3)$$

که در آنها داریم:

γ : ضریب ریسک گریزی سرمایه گذار، W_T : ثروت سرمایه گذار، BO_t : تعداد باندهای بدون ریسک، S_t : بردار قیمت هر دارایی ریسکی، r_t : بازده بر روی باند بدون ریسک، μ_t : بردار بازده انتظاری دارایی های ریسکی، Σ_t : ماتریس واریانس-کوواریانس بازده دارایی های ریسکی، dB_t : بردارنموهای فرایند وینر^۱ که هر یک در زمان متناظر با اندیس آنها هستند.

اینک با تثبیت فضای احتمال فیلتر شده (Q, H, E, P) که در آن $E = \{H_t\}$ عبارتست از فیلتریشن طبیعی، پویایی‌های ثروت سرمایه‌گذار در شرایط وجود اصطکاکات بازاری، تحدد کد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک به‌طور همزمان، توسط رابطه (۴) در طول زمان خواهد بود:

$$dw_t = \Omega_t^T \delta [(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] dt + (1-c^+) \Omega_t^T \sum_t dB_t + \delta(1-h)r_t w_t dt \quad (4)$$

که در آن داریم:

$\Omega \in R^n$: بردار دارایی‌های ریسکی پرتفوی، μ_t : بردار بازده‌های انتظاری دارایی‌های ریسکی، $\sum_t$: ماتریس $n \times n$ واریانس-کواریانس دارایی‌ها، B_t : حرکت براونی n بعدی که هر یک در زمان متناظر با اندیس آنها هستند.

همچنین δ پارامتر شاخص مثبت مربوط به تاثیرات اصطکاکات بازار بر مازاد بازده انتظاری سرمایه‌گذاران است. وقتی اصطکاکات بازاری افزایش یابند δ مقادیر کوچکتر از یک را اختیار نموده و هرچه به صفر نزدیکتر باشد نشان‌دهنده شدت بیشتر آن اثرات در این زمینه خواهد بود. هنگامی که δ معادل یک است بازار فاقد اصطکاکات اثربخش در این خصوص خواهد بود. بدین ترتیب آن می‌تواند ارزشی بین صفر و یک را بسته به درجه اصطکاک بازار داشته باشد.

c نشان‌دهنده نرخ مالیاتی محددی است که بر بازده انتظاری دارایی ریسکی و نیز بازده‌های تصادفی مثبت تحقق یافته سرمایه‌گذار نوعی وضع می‌گردد. بایستی دقت شود که تحدد مالیاتی مستلزم آنست که این نرخ تنها در صورت وقوع تکانه‌های مثبت، قابل اعمال بر سرمایه‌گذار خواهد بود. آن می‌تواند ارزشی مابین صفر و یک را اختیار نماید. هرچه به یک نزدیکتر باشد حاکی از نرخ بالاتر این نوع مالیات بر سرمایه‌گذار نوعی خواهد بود.

به همین ترتیب h نمایانگر نرخ مالیات وضع شده بر بازده دارایی بدون ریسک است که بمانند تحدد کد مالیاتی مقادیری مابین صفر و یک را می‌تواند بخود اختصاص دهد.

هدف سرمایه‌گذار حداکثرسازی مطلوبیت انتظاری ثروت خود در انتهای دوره است با توجه به محدودیت شاخصی از ریسک در همه دوره‌ها به‌طور کلی برنامه‌ریزی او برای تخصیص ثروتش مابین دارایی‌های موجود برای سرمایه‌گذاری، از نظر زمانی سازگار در برداشت "اصل بهینگی بلمن"^{۱)} باشد. این امر مستلزم آنست که او به‌طور کلی پویا بهینه‌یابی خود را بنحوی صورت دهد که مانع از بروز ناسازگاری در آن در طول افق برنامه‌ریزی او گردد. به تعبیر دیگر تخصیص‌های اتخاذی بهینه او در هر دوره زمانی t همچنان بهینه باقی بمانند چنانچه او مجدداً بهینه‌یابی خود را در هر زمان $t > s$ صورت

دهد. در فضای تحلیلی زمان پیوسته، نیازمند این است که شاخص ریسک پویا توسط یک معادله دیفرانسیل تصادفی بازگشتی به صورت رابطه (۵) تعریف شود:

$$\rho_t(-W_T) = -W_T + \int_t^T g(s, z_s) ds + \int_t^T Z_s dB_s \quad (5)$$

که در آن $g(\cdot)$ یک تابع ایجادکننده معیار ریسک است که وابسته به وضعیت جاری بازار است و Z_s نشان دهنده یک فرایند دوگانه است که حساسیت ارزیابی از ریسک را نسبت به منبع ریسک، که در اینجا همان بردار براونینی B است، عرضه نموده و متضمن راهبرد حداقل کننده ریسک یا همان پوشش ریسک بهینه خواهد بود. در این مطالعه از یک معیار ریسک درون طبقه معیارهای ریسکی تعمیم داده شده استون^۱ سازگار به لحاظ زمانی استفاده خواهیم کرد. به طور مشخص از معیار ریسک ارزش در خطر مشروط ($CVaR$) سازگار به لحاظ زمانی بصورت رابطه (۶) بهره خواهیم جست:

$$CVaR_\alpha(-W_T) = \inf_{Z \in \mathbb{R}} \left\{ Z + \left[\frac{1}{1-\alpha} \mathbb{E}(-W_T + Z)^+ \right] \right\} \quad (6)$$

این معیار متضمن آنست که ارزیابی ریسک به طور پویا و پیوسته در هر لحظه از زمان با بهره جویی کامل از اطلاعات جدید صورت خواهد پذیرفت. در نتیجه ارزیابی ریسکی صورت گرفته در امروز همچنان در آینده نیز معتبر خواهد بود. پذیرش این معیار از ریسک تلویحا دلالت بر آن دارد که سرمایه ریسکی لازم، آن مقدار سرمایه ای است که برای پوشش زیان های بالقوه بنگاه با احتمال $1-\alpha$ در زمان T علاوه بر پوشش زیان های بالقوه قرار گرفتن در پایین ارزش در معرض خطر در زمان T با احتمال α ، کافی باشد.

بدین ترتیب مسئله سرمایه گذار نوعی را می توان به صورت حداکثرسازی مطلوبیت انتظاری از ثروت او در انتهای دوره برنامه ریزی با قید ارزش در معرض خطر مشروط سازگار از نظر زمانی در نظر گرفت. با این رویکرد، بودجه ریسکی بهینه سازگار به لحاظ زمانی را در شرایط وجود هم زمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر باند بدون ریسک به دست خواهیم آورد. در ادامه، برخی از تبعات مترتب بر بودجه ریسکی این مولفه ها در چهارچوب فضای تحلیلی در نظر گرفته شده، عنوان می گردند. **لم ۲- اصطکاکات بازاری، تحدب کد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک مستقیما از طریق مساعدت نهایی هر یک از دارایی های ریسکی درون پرتفوی سرمایه گذاران به $CVaR$ پرتفوی بهینه تعیین شده توسط رابطه (۱)، بودجه ریسک به لحاظ زمانی سازگار در زمان t با احتمال α و پیشرفت**

مشخص در زمان T را تحت تاثیر قرار می‌دهد.

$$\nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) = \frac{\partial}{\partial \Omega_t} CVaR_{\alpha}(-w_T) \quad (7)$$

$$\propto \left\{ -\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t]T + \frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)} (1-c^+) (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{T} \right\}$$

که در آن Φ و F به ترتیب عبارتند از توابع چگالی و توزیع تراکمی احتمال استاندارد نرمال^۱.

گزاره ۱-۲ با ثابت بودن سایر شرایط، افزایش در اصطکاکات بازار مالی، هزینه پوشش ریسک را افزایش خواهد داد.

این گزاره موید معرفی بُعد جدیدی در ادبیات در زمینه نقش هزینه‌ساز اصطکاکات بازاری در اینجا از کانال بودجه ریسکی سرمایه‌گذاران و بدان سبب بنگاه‌ها و از این طریق ایجاد محدودیت بیشتر برای رشد و رفاه اقتصادی می‌تواند تلقی گردد. مغفول واقع شدن آن در تحلیل آثار و تبعات مترتب بر اصطکاکات بازاری برای تخصیص مطلوب‌تر منابع و خصوصاً تنظیم سیاست‌ها و مقررات کارا تر از سوی مسئولین ذیربط ممکن است عواقب نامساعد و بعضاً متناقض با اهداف اولیه سیاست‌گذار را در پی داشته باشد.

نتیجه تبعی ۱-۳ در شرایط برابر، بودجه ریسکی با نرخ فزاینده در اصطکاکات بازاری رشد خواهد نمود. اما این رشد با سرعتی کاهنده صورت خواهد پذیرفت.

این بدین معناست که هر واحد افزایش در اصطکاکات بازاری هزینه بودجه ریسکی را در نرخ فزاینده افزایش خواهد داد. بعبارت دیگر بودجه ریسکی نسبت به اصطکاکات بازار مالی محدب است. که آن متضمن این است که هزینه نهایی هر واحد افزایش در اصطکاک بازار بر حسب بودجه ریسکی بطور فزاینده رشد می‌نماید. هرچند که این تحول به‌صورت هموار و ملایم صورت خواهد پذیرفت. به‌لحاظ اقتصادی یعنی افزایش در هزینه نهایی اصطکاکات در رابطه با بودجه ریسکی به‌طور آهسته شکل می‌گیرد.

گزاره ۲ - افزایش در تحدب کد مالیاتی، با ثابت بودن سایر شرایط، بر هزینه پوشش ریسک دامن می‌زند.

این ویژگی از تحدب کد مالیاتی از اهمیت ویژه خصوصاً برای سیاست‌گذاران و مقررات‌گذاران در

۱. برای اثبات کلیه لم‌ها و گزاره‌ها و نتایج تبعی به بخش ضمیمه مقاله مراجعه کنید.

تنظیم هماهنگ و کارای برنامه‌های سیاستی متضمن حداقل اختلال برای تصمیم‌سازی سرمایه‌گذاران برخوردار است. زیرا عدم توجه بدان می‌تواند به منزله تحمیل هزینه مضاعفی بر سرمایه‌گذاران و بالمال بنگاه‌ها گردیده و با مخدوش‌سازی بیشتر تخصیص منابع موجب تضییقات فزاینده بر فرایند رشد و رفاه اقتصادی گردد. به‌ویژه این امر می‌تواند در دوره‌هایی که بنگاه‌ها مواجه با هزینه‌های تامین مالی بالا و کمبود سرمایه هستند اختلال‌زاتر محسوب گردند.

نتیجه تبعی ۲- در شرایط برابر، بودجه ریسکی با نرخ فزاینده در تحذب کد مالیاتی رشد خواهد نمود. اما این رشد با شتابی فزاینده صورت خواهد پذیرفت.

این نتیجه مبین آنست که هر واحد افزایش در تحذب کد مالیاتی، هزینه بودجه ریسکی را در نرخ فزاینده افزایش خواهد داد. به عبارت دیگر بودجه ریسکی نسبت به این نوع از مالیات‌ها محدب است. که آن مستلزم این است که هزینه نهایی هر واحد افزایش در این دست از مالیات‌ها برحسب بودجه ریسکی به‌طور فزاینده رشد خواهد یافت. به علاوه این تحول به‌صورت شتابان و فزاینده بروز می‌نماید. به لحاظ اقتصادی یعنی افزایش در هزینه نهایی مالیات‌های محدب در رابطه با بودجه ریسکی به‌طور تند و سریع تحقق می‌یابد.

گزاره ۳- افزایش در مالیات بر باندهای بدون ریسک، با ثابت بودن سایر شرایط، می‌تواند هزینه پوشش ریسک را کاهش دهد.

این گزاره در حقیقت نکته جدیدی را در رابطه با تحلیل جامع‌تر هزینه‌ها و منافع ناشی از وضع این دست از مالیات‌ها و یا تغییر در نرخ اعمالی آنها را برای سیاست‌گذاران و محققین مطرح می‌سازد. به‌طور مشخص‌تر، آن گزاره مبین این است که هرچند اعمال و یا افزایش مالیات بر دارایی بدون ریسک می‌تواند از طریق کاهش در بازده پس از مالیات، سرمایه‌گذاری بر روی آنها در فرایند تصمیم‌سازی سرمایه‌گذاران در این حوزه اختلال ایجاد نماید، اما تبعات آن برای بودجه ریسکی به‌خصوص در شرایط حضور سایر ناکاملی‌ها در بازار و سیاست‌ها و مقررات، می‌تواند در شرایط برابر تقلیل‌دهنده آثار نامساعد آن باشد. بنابراین تحلیل مقرون به‌واقع آثار و تبعات متعاقب اعمال این دست از سیاست‌ها بی‌شک مستلزم توجه و لحاظ‌سازی آنها برای احاد ذینفع در این حوزه خواهد بود.

نتیجه تبعی ۳- در شرایط برابر، بودجه ریسکی با نرخ فزاینده در مالیات بر باندهای بدون ریسک کاهش خواهد یافت. اما این کاهش بطور کاهنده صورت خواهد پذیرفت.

این نتیجه موید آن است که هر واحد افزایش در مالیات بر باندهای بدون ریسک، بودجه ریسکی را در نرخ فزاینده کاهش خواهد داد. به عبارت دیگر بودجه ریسکی نسبت به این نوع از مالیات‌ها

محدب است. که بیانگر این است هزینه نهایی هر واحد افزایش در این دست از مالیات‌ها بر حسب بودجه ریسکی به‌طور فزاینده کاهش خواهد یافت. به‌علاوه این تحول به‌صورت کاهنده بروز می‌نماید. به لحاظ اقتصادی یعنی کاهش در هزینه نهایی مالیات‌های بر باندهای بدون ریسک در رابطه با بودجه ریسکی به‌طور آهسته و ملایم شکل می‌گیرد.

نتیجه تبعی ۴- در شرایط برابر، حساسیت بودجه ریسکی نسبت به اصطکاکات بازاری، با افزایش در کد مالیاتی محدب کاهش و در مقابل با افزایش در نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک/افزایش می‌یابد.

این نتیجه نشان می‌دهد که چگونه تغییرات در میزان کاربست انواع ابزارهای مالیاتی می‌توانند هر یک در جهت تقلیل یا تشدید اثرات پویایی‌های اصطکاکات بازاری برای بودجه ریسکی بنگاه عمل نمایند. امری که هم برای نهاد سیاست‌گذار و مقررات‌گذار در کنار مدیریت ریسک و پرتفوی بنگاه از اهمیت به‌سزایی به‌نوبه خود برخوردار خواهند بود.

نتیجه تبعی ۵- در شرایط برابر، حساسیت بودجه ریسکی نسبت به تحولات کد مالیاتی محدب، با افزایش در درجه اصطکاکات بازاری کاهش یافته و در مقابل وجود عدم قطعیت در اثرات تغییر در نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک، در این خصوص است.

این نتیجه مجدداً تأکیدی بر توجه سیاست‌گذاران بر چگونگی وضعیت اصطکاکات بازاری در تبعات تغییر در کد مالیاتی محدب برای بودجه ریسکی بنگاه‌ها می‌نماید. همچنین در این ارتباط آن تأکیدی بر توجه به وضعیت نسبی بازده دارایی‌های ریسکی پس از مالیات نسبت به بازده دارایی بدون ریسک پس از مالیات برای پیگیری مشخص حساسیت بودجه ریسکی نسبت به تغییر در نرخ کد مالیاتی محدب با توجه به تغییر در نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک، فراهم می‌سازد.

نتیجه تبعی ۶- در شرایط برابر، حساسیت بودجه ریسکی نسبت به تحولات مالیات بر دارایی بدون ریسک، با افزایش در درجه اصطکاکات بازاری افزایش یافته و در مقابل با افزایش در کد مالیاتی محدب کاهش می‌یابد.

بدین ترتیب مشخص می‌شود که چگونه تعاملات مابین تحولات در مالیات بر دارایی بدون ریسک و وضعیت اصطکاکات بازاری و چگونگی نرخ کد مالیاتی محدب بر هزینه‌های بودجه ریسکی از منظر تصمیم‌سازان و ذینفعان بنگاه، سیاست‌گذار، و مقررات‌گذار بایستی مورد توجه قرار گیرند.

شبیه سازی مدل

در این بخش به تحلیل کمی مدل با استفاده از تکنیک شبیه سازی برای ملموس تر و روشن سازی بیشتر مکانیسم های دخیل در این زمینه پرداخته خواهد شد. به طور مشخص تر به لحاظ کمی نشان داده خواهد شد که چگونه ملاحظات مربوط به رعایت بودجه ریسکی، تخصیص بهینه ثروت سرمایه گذاران را بدون در نظر گرفتن ویژگی های مرتبط با اصطکاکات بازاری، تحذب کد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک متاثر خواهد ساخت. سپس به طور خاص به پیگیری کمی تبعات آن ویژگی ها برای تخصیص های صورت گرفته اهتمام ورزیده خواهد شد. این مهم در دو سناریوی کلی متصور برای وضعیت واریانس و کوواریانس مابین دارایی ها، مورد توجه قرار خواهد گرفت. در سناریوی اول تمرکز بر شرایط متضمن پویایی های در وضعیت واریانس بازده دارایی ها در طول دوره برنامه ریزی خواهد بود. در حالی که در سناریوی دوم استحکام نتایج حاصله در سناریوی اول را در شرایط لحاظ سازی آن پویایی ها برای ماتریس واریانس-کوواریانس بازده ها به طور مشروط مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

بدین منظور یک سرمایه گذار نوعی ریسک گریز با تابع مطلوبیت انتظاری نمایی در ثروتش و درجه ریسک گریزی معادل ۳ در نظر گرفته می شود. فرض بر آن است که او درصدد حداکثر سازی ثروت داده شده خود بطور سازگار به لحاظ زمانی در انتهای دوره، که در اینجا یک سال در نظر گرفته شده است، از طریق تخصیص ثروتش مابین چهار طبقه از دارایی های ریسکی و یک دارایی بدون ریسک در یک تواتر زمانی روزانه است^۱. ساختار بازده های انتظاری و انحراف معیار و همبستگی هر یک از دارایی های ریسکی در ابتدا دوره به صورت عددی به ترتیب توسط بردار و ماتریس μ و Σ در زیر داده شده اند.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.3 & 0.5 & 0.45 \\ 0.3 & 0.09 & 0.1 & 0.15 \\ 0.5 & 0.1 & 0.11 & 0.12 \\ 0.45 & 0.15 & 0.12 & 0.12 \end{bmatrix} \quad \mu = [0.07 \ 0.04 \ 0.05 \ 0.055]$$

همچنین سطح اطمینان معادل ۰/۹۵ درصد و حداکثر CVaR قابل قبول معادل ۰/۰۶ درصد از ثروت سرمایه گذار در نظر گرفته می شود. راهبرد سرمایه گذار در این زمینه مستلزم تنظیم روزانه پرتفوی بهینه خود با توجه به واریانس متغیر در زمان بازده های دارایی ریسکی در یک فرایند تصادفی از نوع GARCH و سطوح CVaR متناظر با آنها بنحوی که محدودیت ۰/۰۶ درصد احتمال زیان در

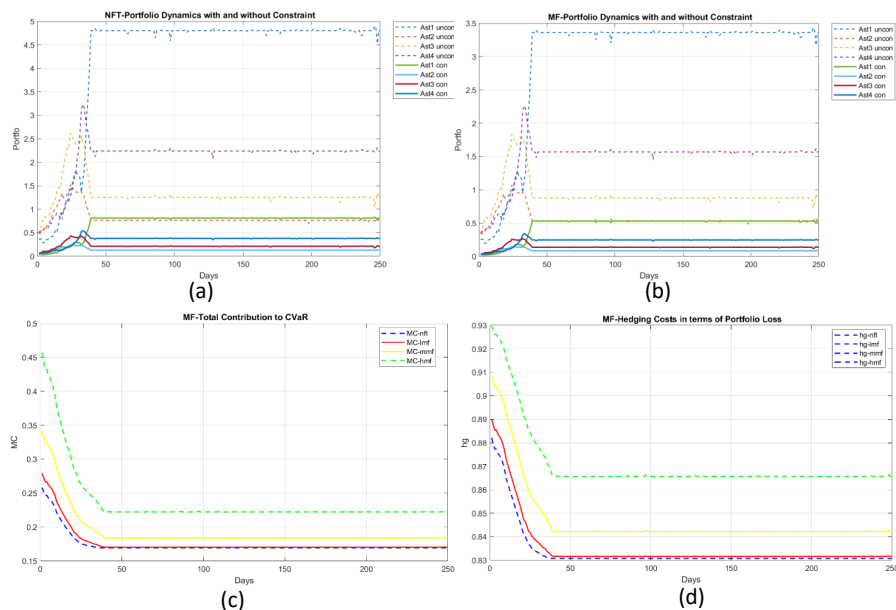
۱. لازم به ذکر است که این شبیه سازی بسادگی قابل تعمیم به تعداد بیشتری از طبقات دارایی ها خواهد بود. تنها به خاطر ساده سازی جهت ارائه نتایج به طور ماموستر، شبیه سازی برای این تعداد از دارایی ها انجام گرفته است.

ثروت به‌طور روزانه به‌صورت سازگار به لحاظ زمانی رعایت شود، خواهد بود. در چهارچوب این راهبرد هرگاه که پرتفوی سرمایه‌گذار متضمن ریسک بیشتر از محدوده تعیین شده برای ارزش در معرض خطر مشروط قرار بگیرد، پرتفوی آنگونه خود را به‌طور بهینه تعدیل خواهد ساخت که همواره احتمال در معرض ریسک قرارگیری آن کمتر یا مساوی حد تعیین شده از پیش، واقع گردد. بدین‌ترتیب یک پوشش ریسک بهینه پویا برای سرمایه‌گذار فراهم خواهد شد. سپس در چنین فضای تحلیلی به بررسی تبعات ورود اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک برای نتایج مکتسبه بطور کمی خواهیم پرداخت.

برای نزدیک‌تر شدن به شرایط دنیای واقعی و بررسی استحکام نتایج کسب شده در سناریوی اول، در ادامه همان چهارچوب تحلیلی در شرایط وجود کوواریانس شرطی متغیر در زمان^۱ شبیه‌سازی خواهد شد. در هر دو سناریو سعی بر آن است که با لحاظ‌سازی وابستگی به حالت بودجه‌بندی ریسک پویا، تمرکز تحلیل بر ارائه نتایج مربوط به دلالت‌های ملاحظات اصطکاکاتی و مالیاتی برای کل مساعدت‌نهایی به بودجه ریسکی و هزینه پوشش ریسک صورت پذیرد. هرچند که خصوصاً در قالب سناریوی دوم چگونگی مساعدت‌نهایی پویای هریک از دارایی‌های ریسکی به بودجه ریسکی سرمایه‌گذار در شرایط وجود و عدم وجود ملاحظات اصطکاکاتی و مالیاتی مورد مطالعه برای هزینه‌های معاملاتی انتها به بررسی دلالت‌های هریک از موارد اصطکاکاتی و مالیاتی مورد مطالعه برای هزینه‌های معاملاتی متضمن در چهارچوب یکی از سناریوهای شبیه‌سازی خواهیم پرداخت. تمامی شبیه‌سازی‌های با استفاده از ابزارهای موجود در نرم‌افزار متلب^۲ انجام گرفته‌اند. با این مقدمه اینک نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته در ادامه ارائه خواهد شد.

پنل‌های a, b, c, d مربوط به **نمودارهای (۱)** به ترتیب نشان‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی در شرایط عدم حضور هر یک از مالیات‌ها و اصطکاکات بازاری، پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی در شرایط وجود تنها اصطکاکات بازاری، کل مساعدت‌نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور اصطکاکات بازاری هستند.

1. Time Varying Conditional Covariance
2. Matlab Software

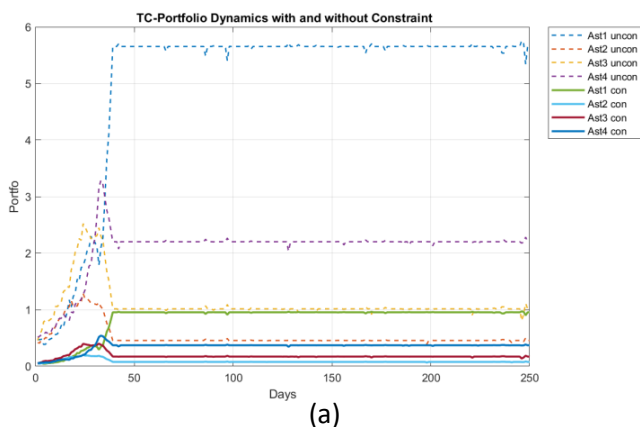


نمودارهای ۱: دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

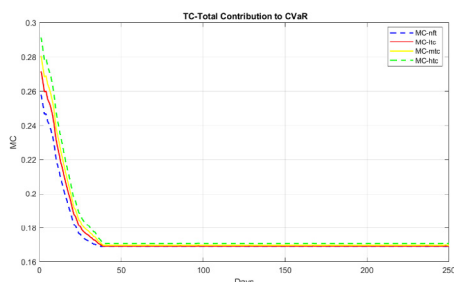
ویژگی برجسته پنل a چگونگی تأثیرپذیری پرتفوی بهینه از لحاظ‌سازی محدودیت اجتناب از ریسک دنباله یا همان الزام به رعایت حداقل ارزش در معرض خطر مشروط که به‌طور برجسته‌ای کاهنده است، می‌باشد. پنل b اشکارا موید اثرات زیان‌بار اصطکاکات بازار بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به عبارت دیگر با افزایش میزان اصطکاکات بازاری از سطوح پایین به متوسط و بالا، شاهد کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود اصطکاکات بازاری خواهیم بود. (پنل a را با پنل b مقایسه نمایید). پنل‌های c و d هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود به درجات مختلف اصطکاکات بازاری در مدل می‌پردازد. در راستای مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به‌وضوح حاکی از بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای افزایش درجه اصطکاکات بازاری در مدل هستند.

پنل‌های a, b, c, مربوط به **نمودارهای (۲)** به ترتیب پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه

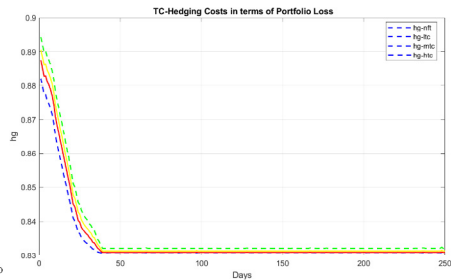
ریسکی در شرایط وجود تنها کد مالیاتی محدب، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور کد مالیاتی محدب هستند.



(a)



(b)



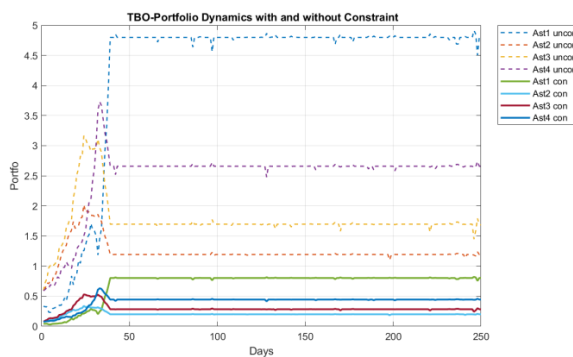
(c)

نمودارهای ۲: دلالت‌های پویای تحدب مالیاتی برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

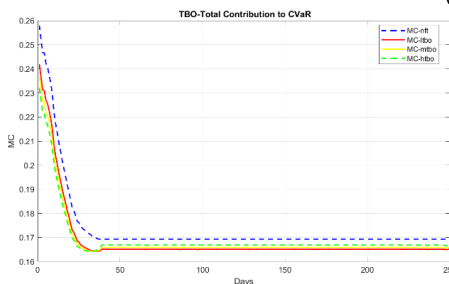
پنل a آشکارا موید اثرات مضر تحدب کد مالیاتی بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به بیان دیگر با افزایش نرخ مالیاتی محدب از سطوح پایین به متوسط و بالا، مشاهده می‌شود که سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود کد مالیاتی محدب کاهش خواهد یافت. (پنل a را در نمودار (۱) با پنل a در نمودار (۲) مقایسه نمایید.) پنل‌های b و c هریک به ترتیب کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود سطوح

مختلف کد مالیاتی محذب در مدل با یکدیگر مقایسه می‌کنند. هماهنگ با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به‌وضوح موید بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای افزایش نرخ مالیاتی محذب در مدل هستند.

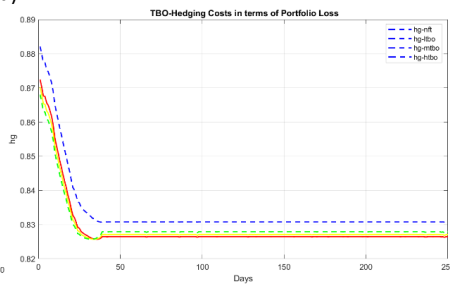
پنل‌های a, b, c در نمودارهای (۳) به ترتیب پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی در شرایط وجود صرفاً مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور مالیات بر دارایی بدون ریسک هستند.



(a)



(b)



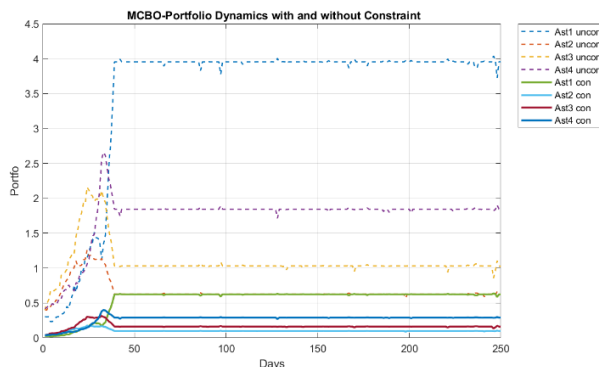
(c)

نمودارهای ۳: دلالت‌های پویای مالیات بر دارایی بدون ریسک برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

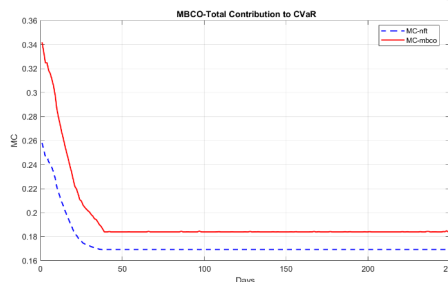
پنل a نمایانگر نقش ارتقای بخش مالیات بر دارایی بدون ریسک بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به دیگر سخن با افزایش میزان مالیات بر دارایی بدون

ریسک از سطوح پایین به متوسط و بالا، می‌توان افزایش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود مالیات بر دارایی بدون ریسک را مشاهده نمود. (پنل a را در نمودار (۱) با پنل a در نمودار (۳) مقایسه نمایید). پنل‌های b و c هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود سطوح مختلف مالیات بر دارایی بدون ریسک در مدل می‌پردازد. مشابه با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به‌وضوح موید کاهش در کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای افزایش نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک در مدل هستند.

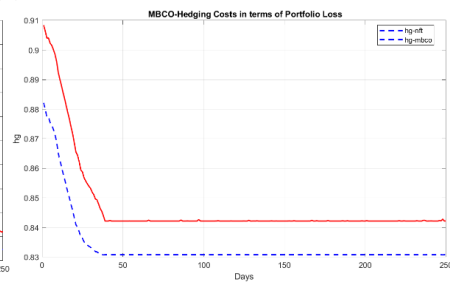
پنل‌های a, b, c مربوط به نمودارهای (۴) به ترتیب پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی در شرایط وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور همزمان هر سه آن مولفه‌ها در مدل را نمایش می‌دهند. پنل a آشکارا تاییدکننده اثرات در مجموع زیان‌بار همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها بر دو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به بیان دیگر در شرایط وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود آن سه مولفه به‌طور همزمان خواهیم بود. (پنل a را در نمودار (۱) با پنل a در نمودارهای (۴) مقایسه نمایید).



(a)



(b)

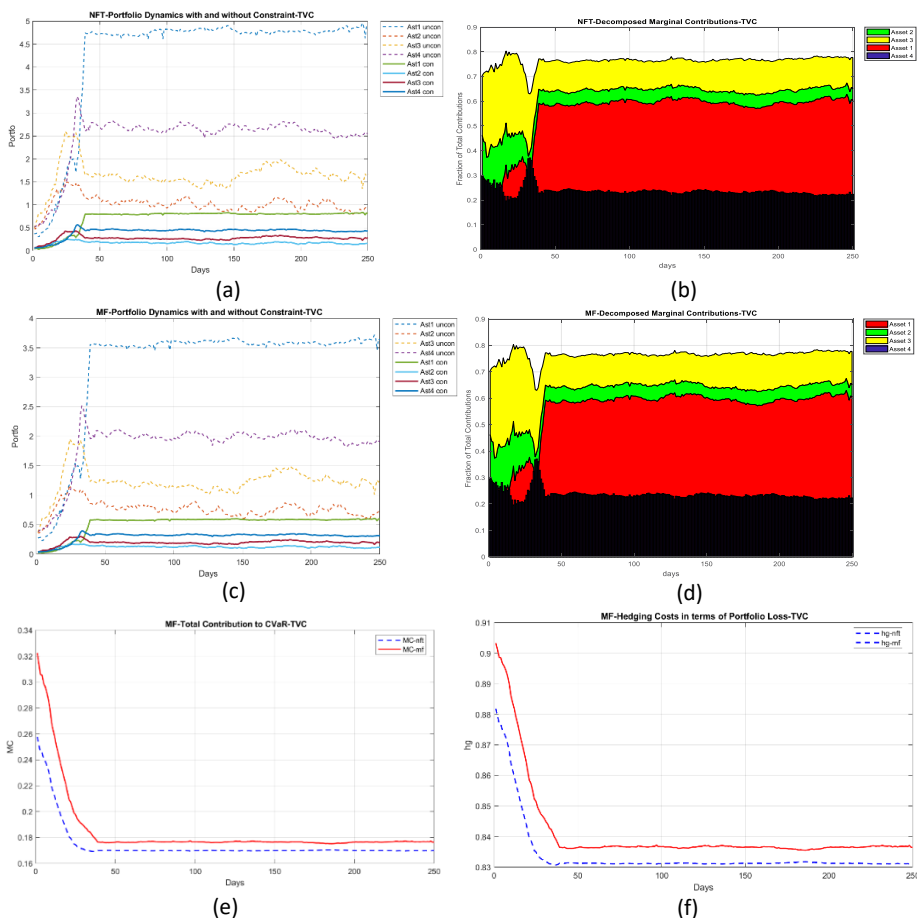


(c)

نمودارهای ۴: دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری تحذب مالیاتی و مالیات بر دارایی بدون ریسک برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

پنل‌های b و c هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود هم‌زمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، در مدل می‌پردازد. نتایج حاصل به‌وضوح تاییدکننده بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای وجود هم‌زمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، در مدل هستند. پنل‌های a, b, c, d, e, f مربوط به **نمودارهای (۵)** به ترتیب نمایش‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط عدم حضور هر یک از مالیات‌ها و اصطکاکات بازاری، پرتفوی بهینه با و بدون

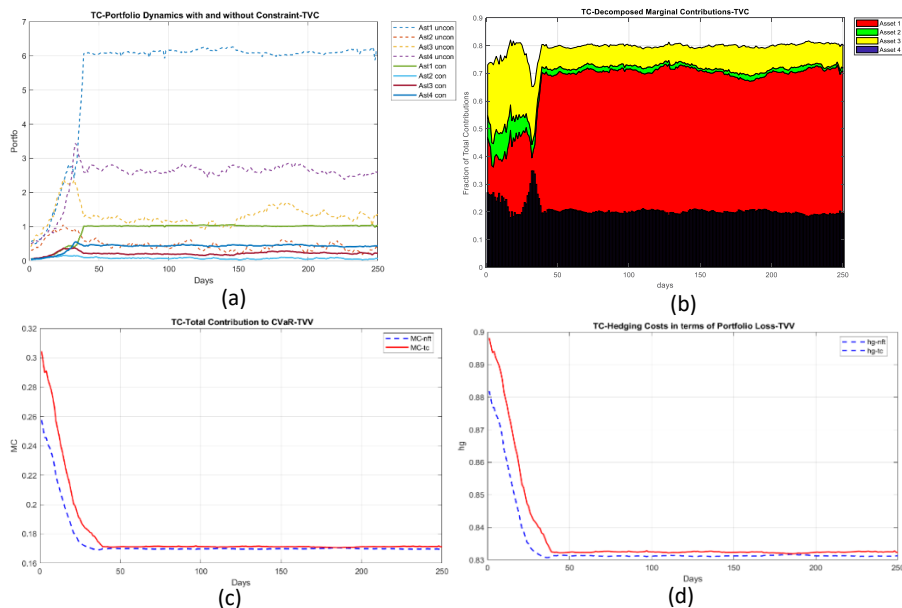
محدویت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط وجود تنها اصطکاکات بازاری، و نیز کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور اصطکاکات بازاری وقتی که بازده دارایی‌های ریسکی دارای کوواریانس شرطی پویا هستند، می‌باشند.



نمودارهای ۵: دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

نکته در خور توجه در پنل a چگونگی تاثیرپذیری پرتفوی بهینه از لحاظ سازی محدودیت اجتناب از ریسک دنباله یا همان الزام به رعایت حداقل ارزش در معرض خطر مشروط که به طور برجسته ای کاهنده است، در این وضعیت است. پنل b مساعدت نهایی هر کدام از دارایی های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی به نمایش می گذارد. پنل c به طور واضح موید اثرات مخرب اصطکاکات بازار بر هر دو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه گذار است. به عبارت دیگر با افزایش ورود اصطکاکات بازاری، شاهد کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود اصطکاکات بازاری خواهیم بود. (پنل a را با پنل c مقایسه نمایید). پنل d مساعدت نهایی هر کدام از دارایی های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی را هنگامی که اصطکاک بازاری وجود دارد را به تصویر می کشد. این پنل قابل مقایسه با پنل b بوده و نمایان کننده چگونگی تاثیر اصطکاکات بازاری بر روی پویایی های مساعدت نهایی هر کدام از دارایی های متشکل پرتفوی سرمایه گذار هستند. پنل های e و f هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود اصطکاکات بازاری در مدل می پردازد. در راستای مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به وضوح حاکی از بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در نتیجه ورود اصطکاکات بازاری در مدل در شرایط کوواریانس شرطی پویای بازده دارایی های ریسکی هستند.

پنل های a, b, c, d مربوط به نمودار (۶) به ترتیب نشان دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط وجود تنها کد مالیاتی محدب، و نیز کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور کد مالیاتی محدب هنگامی که بازده دارایی های ریسکی دارای کوواریانس شرطی پویا هستند، می باشند.

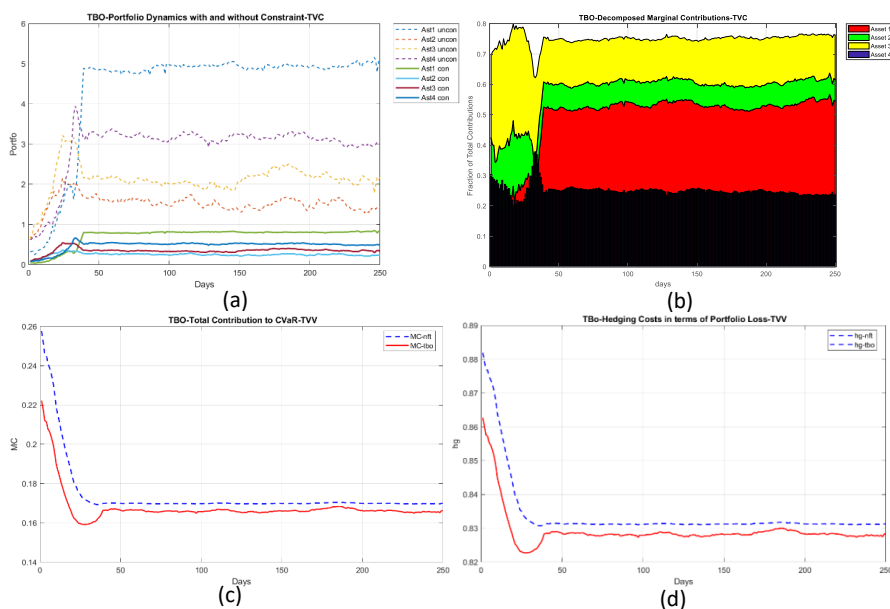


نمودارهای ۶: دلالت‌های پویای تحدب مالیاتی برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

خصوصیت قابل ذکر در رابطه با پنل a بروز اثرات کاهنده کد مالیاتی محدب بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به عبارت دیگر با افزایش نرخ مربوط به کد مالیاتی محدب، شاهد کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود کد مالیاتی محدب خواهیم بود. (پنل a در این نمودارهای (۶) را با پنل a در نمودارهای (۵) مقایسه نمایید). پنل b مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی را به نمایش می‌گذارد. این پنل قابل مقایسه با پنل b در نمودارهای (۵) بوده و نمایان‌کننده چگونگی تاثیر کد مالیاتی محدب بر روی پویایی‌های مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های متشکل پرتفوی سرمایه‌گذار هستند. پنل‌های c و d هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود کد مالیاتی محدب در مدل می‌پردازد. همسو با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به‌روشنی حاکی از بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط،

و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در نتیجه ورود کد مالیاتی محدب در مدل در شرایط کوواریانس شرطی پویای بازده دارایی‌های ریسکی هستند.

پنل‌های a, b, c, d مربوط به نمودارهای (۷) به ترتیب نشان‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط وجود تنها مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک، و نیز کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک وقتی که بازده دارایی‌های ریسکی دارای کوواریانس شرطی پویا هستند، می‌باشند.

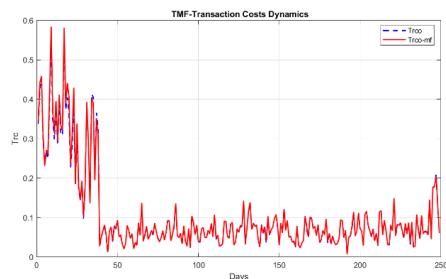


نمودارهای ۷: دلالت‌های پویای مالیات بر دارایی بدون ریسک برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

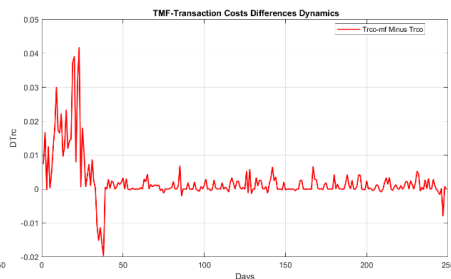
نکته قابل توجه در پنل a انعکاس اثرات بهبود بخش مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به‌سخن‌دیگر با وضع مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک، شاهد ارتقاء سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک خواهیم بود. (پنل a

در این نمودارهای (۷) را با پنل a در نمودارهای (۵) مقایسه نمایید. پنل b مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی به تصویر می‌کشد. این پنل قابل مقایسه با پنل b در نمودارهای (۵) بوده و نمایان‌کننده چگونگی تاثیر مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک بر روی پویایی‌های مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های متشکل پرتفوی سرمایه‌گذار هستند. پنل‌های c و d هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک در مدل می‌پردازد. همخوان با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به‌وضوح حاکی از کاهش کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در نتیجه ورود مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک در مدل در شرایط کوواریانس شرطی پویای بازده دارایی‌های ریسکی هستند.

نمودارهای (۸) و (۹) و (۱۰) به ترتیب دلالت‌های هزینه‌های معاملاتی پویای مربوط به اصطکاکات بازاری، تحدد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک را هنگام لحاظ‌سازی تبعات آنها برای بودجه ریسکی در تنظیم پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار نوعی را در مواردی از شبیه‌سازی به تصویر کشیده‌اند. پنل‌های a وضعیت هزینه‌های معاملاتی مربوط به شرایط وجود (خطوط ممتد) و عدم وجود (خطوط خط چین) هر یک از آن موارد را در طول زمان ترسیم می‌نمایند. پنل‌های b پویایی‌های اختلاف آنها را در هر لحظه از زمان برای دوره مورد بررسی نمایش می‌دهند. همان‌طور که مشهود است هر یک از موارد اصطکاکات بازاری و تحدد مالیاتی و مالیات بر دارایی بدون ریسک برخوردار از دلالت‌های متفاوتی در هر لحظه از زمان از نظر هزینه‌های معاملاتی بوده‌اند. به‌طور کلی این شبیه‌سازی‌ها حاکی از بالاتر بودن هزینه‌های معاملاتی به‌طور متوسط در موارد وجود اصطکاکات بازاری و تحدد مالیاتی هستند. در مقابل شاهد کمتر بودن هزینه‌های معاملاتی متضمن در مورد وجود صرف مالیات بر دارایی بدون ریسک نسبت به شرایط عدم وجود آن بوده‌اند.

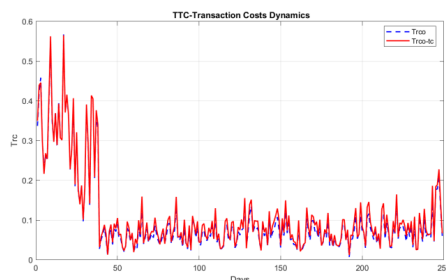


(a)

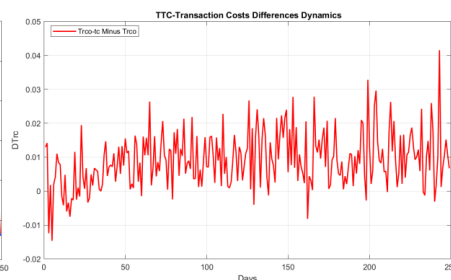


(b)

نمودارهای ۸: دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری برای هزینه معاملاتی

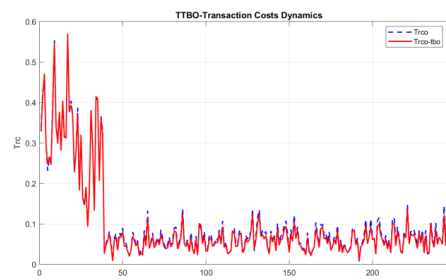


(a)

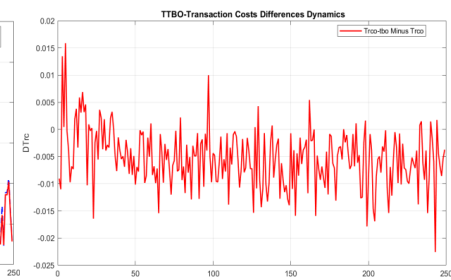


(b)

نمودارهای ۹: دلالت‌های پویای تحدد مالیاتی برای هزینه معاملاتی



(a)



(b)

نمودارهای ۱۰: دلالت‌های پویای مالیات بر دارایی بدون ریسک برای هزینه معاملاتی

بحث و نتیجه‌گیری

نتایج نظری و شبیه‌سازی کمی مطالعه حاضر به‌وضوح بر اهمیت نقش تبعات اصطکاکات بازارهای مالی و تحدب کد مالیاتی و مالیات بر دارایی بدون ریسک برای مساعدت نهایی کل آنها به ارزش در معرض خطر مشروط و بدان سبب بودجه‌بندی ریسک پویا تاکید دارند. بعلاوه کیفیت و اهمیت تعاملات متقابل هریک از آنها در این فرایند از دستاوردهای مهم دیگر این مطالعه خصوصا برای مدیریت ریسک بهینه و تنظیم سیاست و مقررات با اختلالات احتمالی کمتر از سوی سیاست‌گذاران و مقررات‌گذاران ذیربط محسوب می‌گردند. بدون شک نادیده گرفتن این عوامل و ارتباطات آنها با یکدیگر می‌تواند هزینه‌های هنگفتی در سطح خرد و کلان اقتصادی در پی داشته باشد. با کسب بصیرت حاصل از این تحقیق و روشن‌سازی اهمیت موضوع در سطح خرد و کلان اقتصاد، گسترش این مطالعه در آینده در ابعاد مختلف برای محققین، سیاست‌گذاران، و ذینفعان اقتصادی به وضوح قابل تصور است. به‌طور نمونه می‌توان این ملاحظات و ایده پایه‌ای مستتر در آن را به یک فضای تحلیلی تعادل عمومی پویای تصادفی بسط داده و به‌ویژه به ارزیابی رفاهی متضمن در قالب سناریوهای مختلف در آن چهارچوب پرداخت. همچنین می‌توان استدلال‌ها و نتایج حاصل از این مطالعه را برای سایر معیارهای ریسکی مطرح در این حوزه بسط و تعمیم داد. به‌علاوه یک حوزه بسیار جذاب و مهم برای تحقیقات آتی می‌تواند معطوف به گسترش فضای تحلیل کنونی به یک چهارچوب متضمن بازارهای ناکامل^۱ و پیگیری تبعات آن برای نتایج حاصل از مطالعه حاضر پرداخت. برخی از این ابعاد در حال حاضر از سوی مولف در حال پیگیری است.

تقدیر و تشکر

نویسنده از حمایت و همکاری معنوی سردبیر محترم و داوران ناشناس پژوهشنامه اقتصاد و برنامه‌ریزی کمال تشکر را دارد.

ضمیمه

اثبات لم- تابع ارزش در این شرایط را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V(t, w) = \max_{\alpha} \mathbb{E}_{t, w} \left[-e^{-\gamma W_T} - \Gamma_t(CVaR_{\alpha}(-w_T) - L) \right]$$

از آنجا معادله همیلتون-جاکوبی-بلمن HJB را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$0 = \max_{\Omega_t} \left\{ V_t + \Omega_t^T \delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] V_w + \frac{1}{2} (1-c^+) \Omega_t^T \Sigma_t \Sigma_t^T \Omega_t V_{ww} - \Gamma_t \vartheta(\Omega_t, w) \right\}$$

که در آن تابع $\vartheta(\cdot)$ بیانگر مساعدت هر یک از دارایی‌های ریسکی درون پرتفوی سرمایه‌گذاران به CVaR پرتفوی در هر لحظه از زمان است. همچنین V_w و V_{ww} به ترتیب مشتقات مرتبه اول و مرتبه دوم تابع ارزش نسبت به ثروت سرمایه‌گذار و V_t مشتق تابع ارزش نسبت به زمان است. شرایط مرتبه اول این بهینه‌سازی به فرض قابل دیفرانسیل‌گیری بودن تابع $\vartheta(\cdot)$ بصورت زیر خواهد بود:

$$\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] V_w + (1-c^+) \Sigma_t \Sigma_t^T \Omega_t V_{ww} - \Gamma_t \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) = 0 \quad (1-A)$$

که با توجه به CVaR پرتفوی و با فرض قطعی مثبت در نظر گرفتن ماتریس: $\Omega_t^T \Sigma_t \Sigma_t^T \Omega_t$ در آن داریم:

$$\begin{aligned} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) &= \frac{\partial}{\partial \Omega_t} CVaR_{\alpha}(-w_T) \\ &\propto \left\{ -\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] T + \frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)} (1-c^+) (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{T} \right\} \end{aligned} \quad (2-A)$$

که این دقیقاً همان رابطه (۷) در متن مقاله است. حال چنانچه بردار گرادیانت را متناسب با V_w در نظر گرفته و با جایگزایی به‌جای آن در رابطه (۲) و حل آن برای Ω_t خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Omega_t^* &= -\frac{V_w}{(1-c^+) V_{ww}} (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{-1} \delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] \\ &\quad + \frac{V_w}{(1-c^+) V_{ww}} (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{-1} \Gamma_t \left\{ -\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] T \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)} (1-c^+) (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{T} \right\} \end{aligned} \quad (3-A)$$

که با مرتب کردن مجدد آن می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Omega_t^* &= -\frac{V_w}{(1-c^+) V_{ww}} (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{-1} \delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] \left\{ 1 \right. \\ &\quad \left. - T \Gamma_t \left[\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1] T \right]^{-1} \frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)} (1-c^+) (\Sigma_t \Sigma_t^T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{T} - 1 \right\} \end{aligned} \quad (4-A)$$

جمله دوم درون کروشه اشاره به بودجه ریسکی می‌نماید. همین‌طور دقت کنید جمله ضربی

سمت چپ کروش نشان‌دهنده پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار در شرایط عدم وجود محدودیت CVaR و وجود اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و وضع مالیات بر باندهای بدون ریسک است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در صورت الزام‌آور بودن محدودیت CVaR، بودجه ریسکی سبب کاهش در پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار خواهد شد. QED

اثبات گزاره ۱- رابطه (۷) در لم را در نظر بگیرید. از آنجا مشخص است که داریم:

$$MC_\delta = \frac{\partial}{\partial \delta} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) < 0 \quad \text{QED}$$

اثبات گزاره ۲- رابطه (۷) در لم را در نظر بگیرید. از آنجا مشخص است که داریم:

$$MC_c = \frac{\partial}{\partial c} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) > 0 \quad \text{QED}$$

اثبات گزاره ۳- رابطه (۷) در لم را در نظر بگیرید. از آنجا مشخص است که داریم:

$$MC_h = \frac{\partial}{\partial h} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) < 0 \quad \text{QED}$$

اثبات نتایج تبعی- در ادامه برای حفظ سادگی ارائه اثبات‌ها، کلیه آنها را برای وضعیت وجود تنها یک دارایی ریسکی انجام خواهیم داد. بدیهی است که نتایج اثبات‌های صورت گرفته به‌سهولت قابل تعمیم به وضعیت وجود چندین دارایی ریسکی در فضای برداری خواهد بود. بدین منظور جزء مربوط به مساعدت نهایی هریک از دارایی‌های ریسکی درون پرتفوی سرمایه‌گذاران به CVaR پرتفوی بهینه در رابطه (۴) ضمیمه مندرج در اثبات لم، برای وجود تنها یک دارایی ریسکی که یک فرایند براونی هندسی^۱ را دنبال می‌کند و یک دارایی بدون ریسک، را بصورت رابطه (۵) ضمیمه در نظر می‌گیریم.

$$MC_\alpha = \frac{\left((1-c^+) \sigma \sqrt{T} \varphi(F^{-1}(\alpha)) \right)}{(1-\alpha) \delta [(1-c)\mu - (1-h)r] T} \quad (5-A)$$

اثبات نتیجه تبعی ۱- از رابطه (۵) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۶)-(۸) ضمیمه:

$$\frac{\partial}{\partial \delta} MC_\alpha = - \frac{\left((1-c^+) \sigma \sqrt{T} \varphi(F^{-1}(\alpha)) \right)}{(1-\alpha) \delta^2 [(1-c)\mu - (1-h)r] T} < 0 \quad (6-A)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} MC_\alpha = \frac{2 \left((1-c^+) \sigma \sqrt{T} \varphi(F^{-1}(\alpha)) \right)}{(1-\alpha) \delta^3 [(1-c)\mu - (1-h)r] T} > 0 \quad (7-A)$$

$$\frac{\partial^3}{\partial \delta^3} MC_\alpha = - \frac{6 \left((1-c^+) \sigma \sqrt{T} \varphi(F^{-1}(\alpha)) \right)}{(1-\alpha) \delta^4 [(1-c)\mu - (1-h)r] T} < 0 \quad \text{QED} \quad (8-A)$$

اثبات نتیجه تبعی ۲- از رابطه (۵) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۹)-(۱۱) ضمیمه:

$$\frac{\partial}{\partial c} MC_\alpha = \frac{(\mu_t(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^2T} > 0 \quad (9-A)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial c^2} MC_\alpha = \frac{2(\mu(1-h)r\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^3T} > 0 \quad (10-A)$$

$$\frac{\partial^3}{\partial c^3} MC_\alpha = -\frac{6(\mu^2(1-h)r\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^4T} > 0 \quad (11-A)$$

QED

اثبات نتیجه تبعی ۳- از رابطه (۵) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۲)-(۱۴) ضمیمه:

$$\frac{\partial}{\partial h} MC_\alpha = -\frac{(r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^2T} < 0 \quad (12-A)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial h^2} MC_\alpha = \frac{2(r^2(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^3T} > 0 \quad (13-A)$$

$$\frac{\partial^3}{\partial h^3} MC_\alpha = -\frac{6(r^3(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^4T} < 0 \quad (14-A)$$

QED

اثبات نتیجه تبعی ۴- از رابطه (۶) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۵)-(۱۶) ضمیمه:

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta \partial c} MC_\alpha = -\frac{(r(1-h)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu - (1-h)r]^2T} < 0 \quad (15-A)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta \partial h} MC_\alpha = \frac{(r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu - (1-h)r]^2T} > 0 \quad (16-A)$$

QED

اثبات نتیجه تبعی ۵- از رابطه (۹) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۷)-(۱۸) ضمیمه:

$$\frac{\partial^2}{\partial c \partial \delta} MC_\alpha = -\frac{(r(1-h)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu - (1-h)r]^2T} < 0 \quad (17-A)$$

$$(18-A)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial c \partial h} MC_\alpha = \frac{(-(1-c)\mu + 3r(1-h))\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^3T} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \quad \text{QED}$$

اثبات نتیجه تبعی ۶- از رابطه (۱۲) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۹)-(۲۰) ضمیمه:

$$\frac{\partial^2}{\partial h \partial \delta} MC_\alpha = \frac{(r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu - (1-h)r]^2T} > 0 \quad (19-A)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial h \partial c} MC_\alpha = -\frac{(2\mu r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha)))}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu - (1-h)r]^3T} < 0 \quad \text{QED} \quad (20-A)$$

منابع

- Ahn, D. H., Boudoukh, J., Richardson, M., & Whitelaw, R. F. (1999). Optimal risk management using options. *The Journal of Finance*, 54(1), 359-375. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00108>
- Ai, H., Li, J. E., Li, K., & Schlag, C. (2020). The collateralizability premium. *The Review of Financial Studies*, 33(12), 5821-5855. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhaa063>
- Becker, M., & Löffler, A. (2024). Arbitrage and non-linear taxes. *Review of Managerial Science*, 18(12), 3487-3514. <https://doi.org/10.1007/s11846-023-00721-1>
- Campbell, R., Huisman, R., & Koedijk, K. (2001). Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework. *Journal of Banking & Finance*, 25(9), 1789-1804. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(00\)00160-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(00)00160-6)
- Cetingoz, A. R., Fermanian, J. D., & Guéant, O. (2022). Stochastic Algorithms for Advanced Risk Budgeting (No. hal-03857964). HAL.
- Dou, W. W., Fang, X., Lo, A. W., & Uhlig, H. (2023). Macro-finance models with nonlinear dynamics. *Annual Review of Financial Economics*, 15(1), 407-432. <https://doi.org/10.1146/annurev-financial-110921-112053>
- Graham, J. R., & Smith, C. W. (1999). Tax incentives to hedge. *The Journal of Finance*, 54(6), 2241-2262. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00187>
- Horan, S. M. (2007). Applying after-tax asset allocation. *The Journal of Wealth Management*, 10(2), 84. <https://doi.org/10.3905/jwm.2007.690951>
- Lei, A. C., Yick, M. H., & Lam, K. S. (2013). Does tax convexity matter for risk? A dynamic study of tax asymmetry and equity beta. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 41(1), 131-147. <https://doi.org/10.1007/s11156-012-0303-2>
- Lei, A. C., Yick, M. H., & Lam, K. S. (2014). The effects of tax convexity on default and investment decisions. *Applied Economics*, 46(11), 1267-1278. <https://doi.org/10.1080/00036846.2013.870653>
- Leibowitz, M. L., & Kogelman, S. (1991). *Asset allocation under shortfall constraints*. *Risk*, 3(2), 5. <https://doi.org/10.3905/jpm.1991.409309>

- Maillard S, Roncalli T, Teiletche J (2010). On the properties of equally weighted risk contribution portfolios. *The Journal of Portfolio Management* 36(4):60–70. <https://doi.org/10.3905/jpm.2010.36.4.060>
- Merton, R. (1969). Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case. *Review of Economics and Statistics* 51 (3), 247–25 <https://doi.org/10.2307/1926560>
- Merton, R. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of Economic Theory* 3, 373–413. (Cited on page 2) [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(71\)90038-X](https://doi.org/10.1016/0022-0531(71)90038-X)
- Mossin, J. (1968). Optimal multi-period portfolio policies. *Journal of Business* 41 (2), 215–229. <https://doi.org/10.1086/295078>
- Pesenti, S. M., Jaimungal, S., Saporito, Y. F., & Targino, R. S. (2025). Risk budgeting allocation for dynamic risk measures. *Operations Research*, 73(3), 1208–1229., Cornell University, arXiv:2305.11319 and SSRN.4452742 <https://doi.org/10.1287/opre.2023.0299>
- Qian E (2005). Risk parity portfolios: Efficient portfolios through true diversification. Panagora Asset Management.
- Qian E (2011). Risk parity and diversification. *The Journal of Investing* 20(1):119–127 <https://doi.org/10.3905/joi.2011.20.1.119>
- Reichenstein, W. (2001). Rethinking the Family's Asset Allocation. *Journal of Financial Planning*, 14(5).
- Richard, J. C., & Roncalli, T. (2019). Constrained risk budgeting portfolios: Theory, algorithms, applications & puzzles. arXiv preprint arXiv:1902.05710. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3331184>
- Roncalli, T. (2013). Introduction to risk parity and budgeting. CRC press. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2272973>
- Roncalli, T., & Weisang, G. (2016). Risk parity portfolios with risk factors. *Quantitative Finance*, 16(3), 377–388. <https://doi.org/10.1080/14697688.2015.1046907>
- Rongju Zhang & Nicolas Langren'e & Yu Tian & Zili Zhu & Fima Klebaner & Kais Hamza, 2016. "Dynamic portfolio optimization with liquidity cost and market impact: a simulation-and-regression approach," Papers 1610.07694, arXiv.org, revised Jun 2019.
- Roy, A. D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 431–449. <https://doi.org/10.2307/1907413>
- Samuelson, P. (1969). Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *Review of Economics and Statistics* 51, 239–46 <https://doi.org/10.2307/1926559>
- Sarkar, S. (2008). Can tax convexity be ignored in corporate financing decisions?. *Journal of Banking & Finance*, 32(7), 1310–1321. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.11.007>
- Smith, C. W., & Stulz, R. M. (1985). The determinants of firms' hedging policies. *Journal of financial and quantitative analysis*, 20(4), 391–405. <https://doi.org/10.2307/2330757>
- Strassberger, M. (2006). Capital Requirement, Portfolio Risk Insurance, and Dynamic Risk Budgeting. Investment Management and Financial Innovations <https://doi.org/10.2139/ssrn.672302>
- Unger, A. (2014). The use of risk budgets in portfolio optimization. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-07259-9>

نحوه ارجاع به مقاله:

فقهی کاشانی، محمد؛ (۱۴۰۴). دلالت‌های اصطکاکات بازار مالی و تحدب کد مالیاتی برای بودجه‌بندی ریسک پویا. *پژوهشنامه اقتصاد و برنامه‌ریزی*، ۳۰(۳)، ۳۵-۳.

Feghhi Kashani, M. (2025). Financial Market Frictions and Tax Code Convexity Implications for Dynamic Risk Budgeting. *Economic and Planning Research*, 30(3). 3-35.

DOI: <https://doi.org/10.52547/eprj.30.3.3>

Copyrights:

Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Planning and Budgeting. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

