A Review of Measuring Inefficiency Models

Naser Khiabani[1] | naser.khiabani@atu.ac.ir
Mahdieh Zomorrodi[2] | mahdieh_zomorrodi@yahoo.com

Received: 05/Oct/2022 | Accepted: 17/Jan/2023

Abstract An inefficient firm causes a waste of resources by using a non-optimal combination of capital and labor and especially energy. Measuring inefficiency and identifying the factors that cause it is vital in achieving the firm's potential production and, as a result, the sustainability of economic growth and increasing the economic well-being of the society. Meanwhile, choosing the right model to measure inefficiency is always one of the basic challenges among researchers in this field. This study attempts to provide an overview of the concept of efficiency and its types and different measurement models with an emphasis on the Frontier Analysis. Considering the large volume of theoretical and experimental studies in inefficiency, our review aims to provide a proper understanding of their strengths and weaknesses by investigating the evolution of the models demonstrated in the literature, and thus helps the researcher to create a clear framework for analysis and choosing the appropriate model. Furthermore, this study offers suggestions to measure inefficiency as accurately as possible from the theoretical and technical viewpoints, which have been understudied in the literature.

Keywords: Technical Efficiency, Distributive Efficiency, Stochastic Frontier Production, Trans-log Cost Function System, Bayesian Approach

JEL Classification: C3, C5, D2.

1. Associate Professor, Department of Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran.
2. Ph.D. Student of Economics, Institute for Management and Planning Studies, Tehran, Iran (Corresponding Author).

The Journal of PLANNING & BUDGETING
Vol. 28 | No. 1 | Spring 2023 | PP 3-30
10.52547/jpbud.28.1.3 | ISSN: 2251-9092

مروری بر مدلسازی اندازه‌گیری ناکارایی

ناصر خیابانی | naser.khiabani@atu.ac.ir
دانشیار گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران.

مهدیه زمردی انباجی | mahdieh_zomorrodi@yahoo.com
دانشجوی دکتری اقتصاد، موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه‌ریزی، تهران، ایران (نویسنده مسئول).

مقاله پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۱۳ | پذیرش: ۱۴۰۱/۱۰/۲۷

چکیده: بنگاه اقتصادی ناکارا با به‌کارگیری ترکیب غیربهینه سرمایه و نیروی کار، و به‌ویژه انرژی، باعث اتلاف منابع می‌گردد. اندازه‌گیری ناکارایی و شناسایی عوامل بروز آن بر دستیابی بنگاه به تولید بالقوه خود و در نتیجه پایداری رشد اقتصادی و افزایش رفاه اقتصادی جامعه موثر است. در عین حال، انتخاب مدل مناسب به منظور اندازه‌گیری ناکارایی همواره یکی از چالش‌های اساسی پیشاروی پژوهشگران این حوزه بوده است. هدف این پژوهش ارائه نمایی کلی از مفهوم کارایی و انواع آن، و مدل‌های مختلف اندازه‌گیری آن با تاکید بر رویکرد توابع مرزی است. با توجه به حجم زیاد مقالات نظری و تجربی در زمینهٔ اندازه‌گیری کارایی، سهم این پژوهش بررسی سیر تحولات مدل‌های مورد استفاده در ادبیات ناکارایی با تاکید بر مدل‌های مرزی، به‌گونه‌ای است که درک مناسبی از نقاط ضعف و قوت آن‌ها ارائه دهد و بدین ترتیب به پژوهشگر برای ایجاد چارچوبی واضح با توجه به امکانات و محدودیت‌های موجود برای تجزیه‌وتحلیل و انتخاب مدل مناسب کمک نماید. سهم دیگر پژوهش حاضر این است که برای اندازه‌گیری هرچه دقیق‌تر ناکارایی از بُعد نظری و فنی پیشنهادهایی ارائه می‌دهد که تاکنون در ادبیات موضوع به آن پرداخته نشده است.

کلیدواژه‌ها: کارایی فنی، کارایی تخصیصی، تابع مرزی تصادفی، سیستم تابع هزینه ترانسلوگ، رویکرد بیزین

طبقه‌بندی JEL: C3, C5, D2.

فصلنامه علمی - پژوهشی برنامه‌ریزی و بودجه | شاپا (چاپی) ۲۲۵۱-۹۰۹۲ | doi 10.52547/jpbud.28.1.3
سال بیست و هشتم | شماره ۱ | بهار ۱۴۰۲ | ص ص ۳۰-۳

مقدمه

یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های اقتصاددانان و سیاستگذاران اندازه‌گیری ناکارایی است. در واقع، اقتصاد ناکارا با به‌کارگیری ترکیب غیربهینه سرمایه و نیروی کار، و به‌ویژه انرژی (از منظر تجدیدناپذیری و ملاحظات زیست‌محیطی آن) باعث اتلاف منابع می‌گردد. بنابراین، داشتن اطلاعات دقیق و جامع از رفتار بنگاه‌ها در بخش‌های مختلف اقتصادی امری ضروری برای سیاستگذاری به‌شمار می‌آید. از سوی دیگر، از آن‌جایی که بنگاه اقتصادی ناکارا انگیزهٔ کافی برای انتخاب ترکیبی از ورودی‌ها ندارد که با توجه به قیمت نسبی‌شان کم‌ترین هزینه را داشته باشد (Martín & Voltes-Dorta, 2011)، پس قادر به کسب سطح سود بالقوهٔ خود نیست که خود اهمیت اندازه‌گیری ناکارایی را به عنوان یکی از معیارهای اصلی ارزیابی عملکرد بنگاه‌های اقتصادی و صنایع مرتبط با آن‌ها خاطرنشان می‌سازد. سنجش ناکارایی بنگاه می‌تواند به شناخت کاستی‌ها و ضعف‌های موجود کمک کند؛ به‌طوری که در مقایسه با وضعیت بهینه مطلوب راهکارهایی برای بهبود کارایی اقتصادی ارائه دهد و به‌کار بندد. در همین راستا تمام پژوهش‌های مربوط به اندازه‌گیری ناکارایی در پی یافتن مقادیر بهینه مطلوب و مقایسه آن با وضع موجود بوده‌اند (Bauer, 1990; Chen *et al*., 2015).

در پی پیشرفت مدلسازی اندازه‌گیری ناکارایی، مدل‌های گوناگونی توسط پژوهشگران مختلف برای تحلیل انواع ناکارایی به‌کار گرفته شد (O'Donnell & Coelli, 2005). ولی پرسش کلیدی که همواره در ادبیات ناکارایی مورد توجه است، مدل مناسب برای اندازه‌گیری ناکارایی است. رویکردهای متعددی در این رابطه وجود دارند، که از میان آن‌ها تحلیل‌های مرزی[1] به دلیل منطبق بودن با نظریه خرد اقتصاد و امکان تحلیل آماری پارامترهای اندازه‌گیری‌شده به‌طور مکرر در ادبیات مورد استفاده قرار گرفته است (Pitt & Lee, 1981; Griffiths *et al*., 2000).

در ذیلِ تحلیل مرزی، دو رویکرد ناپارامتریک و پارامتریک وجود دارد که رویکرد ناپارامتریک با وجود کم‌ترین قیود تحمیلی به مدل، اما به‌شدت در معرض خطای اندازه‌گیری مشاهده‌ها و داده‌های پرت قرار دارد. رویکرد پارامتریک اما در ازای اِعمال فروضی بر مدل قابلیت اندازه‌گیری دقیق‌تری از انواع ناکارایی را به پژوهشگر اعطا می‌کند. سیر تحولات این رویکرد در راستای مدل‌های مرزی تصادفی[2] از تک‌معادله تولید تا سیستم معادلات هزینه و سهم در هزینه و پیشرفت‌های قابل‌ملاحظه در روش‌های آماری تخمین این مدل‌ها نشان از اهمیت و اهتمام پژوهشگران برای اندازه‌گیری

1. Frontier Analysis
2. Stochastic Frontier Analysis

هرچه دقیق‌تر انواع ناکارایی دارد، نه‌تنها در سطح صنعت، که حتی در سطح بنگاه نمونه اقتصادی (Battese & Coelli, 1995; Kumbhakar & Tsionas, 2005). شکاف موجود در ادبیات ناکارایی، نبودِ پژوهشی جامع از سیر تحولات مدلسازی اندازه‌گیری ناکارایی در رویکرد تحلیل مرزی و بیان مزایا و کاستی‌های هر یک از آن روش‌هاست (Bauer, 1990; Coelli *et al*., 2005)، به‌طوری که پژوهشگر آگاه باشد با انتخاب هر یک از مدل‌های موجود در ادبیات اندازه‌گیری ناکارایی، چه قیودی به مدل تحمیل می‌گردد و اِعمال این قیود به چه میزان دقتِ برآورد ناکارایی در عمل را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در این خصوص، سهم پژوهش حاضر پر کردن این شکاف از طریق بررسی جامع سیر تحولات روش‌های اندازه‌گیری ناکارایی با تاکید بر مدل‌های مرزی پارامتریک است، به‌گونه‌ای که در نهایت پژوهشگر با طیفی از مدل‌های اندازه‌گیری مواجه می‌گردد که ابتدای طیف ساده‌ترین مدل‌ها و انتهای طیف اندازه‌گیری دقیق‌تر در ازای پیچیدگی‌های محاسباتی وجود دارد.

ساختار این پژوهش این‌گونه سازمان می‌یابد که در بخش نخست به معرفی مفهوم کارایی پرداخته می‌شود. در بخش دوم، با بررسی ادبیات مدل‌های مرزی ــ ناپارامتریک و پارامتریک ــ به مقایسه آن‌ها پرداخته می‌شود. بخش سوم به واکاوی دقیق مدل مرزی تصادفی در چارچوب رویکرد سیستمی می‌پردازد و مزایای آن نسبت به سایر مدل‌ها ارائه می‌گردد. در پایان نیز نتیجه‌گیری از مقایسه مدل‌ها و زمینه‌های مطالعات آتی ارائه می‌گردد.

مبانی نظری پژوهش

مفهوم کارایی

از دیدگاه فارل[1] (۱۹۵۷)، می‌توان کارایی اقتصادی[2] را به کارایی فنی[3] و تخصیصی[4] تقسیم نمود که کارایی فنی خود به دو نوع کارایی فنی نهاده‌محور[5] و کارایی فنی ستانده‌محور[6] قابل‌تفکیک است. کارایی فنی حاکی از چگونگی بهره‌برداری از منابع تولید است، کارایی فنی ستانده‌محور عبارت است از توانایی بنگاه در کسب حداکثر خروجی از ورودی معین، که به این معناست بنگاه روی مرز کارای خود تولید

1. Farrell
2. Economic Efficiency
3. Technical Efficiency
4. Allocative/ Economic Efficiency
5. Input Oriented
6. Output Oriented

می‌کند و هرگونه انحراف از این مرز به عنوان ناکارایی فنی ستانده‌محور در نظر گرفته می‌شود. کارایی فنی نهاده‌محور عبارت است از توانایی بنگاه در کسب خروجی معین از کم‌ترین ورودی ممکن، که نشان می‌دهد بنگاه روی مرز کارای خود تولید می‌کند و هرگونه انحراف از این مرز به عنوان ناکارایی فنی نهاده‌محور در نظر گرفته می‌شود. از طرفی، بنگاه هنگامی به‌طور تخصیصی کارا عمل می‌کند، که از میان تمام ترکیب‌های ممکن ورودی‌ها، آن ترکیبی را انتخاب کند که کم‌ترین هزینه را داشته باشد؛ در غیر این صورت، بنگاه دارای «ناکارایی تخصیصی» خواهد بود. به‌طور کلی، عوامل محیطی و نبودِ انگیزهٔ کافی باعث می‌شود که بنگاه‌ها از بیشینه‌سازی سود در هر سطحی از قیمت فاصله بگیرند و در واقع ترکیبی از نهاده را استفاده کنند که لزوماً نرخ نهایی جانشینی آن‌ها با قیمت نسبی‌شان برابر نیست.

اندازه‌گیری کارایی

مقالات دبرو[1] (۱۹۵۱) و کوپمنز[2] (۱۹۵۱) به عنوان منشأ بحث در مورد اندازه‌گیری بهره‌وری و کارایی در ادبیات مطرح هستند. مطالعات دبرو و کوپمنز برای اولین بار توسط فارل (۱۹۵۷) به منظور اجرای اندازه‌گیری بهره‌وری و کارایی گسترش یافتند. در ادبیات اقتصادی، آنچه به عنوان تفاوت اصلی دو مفهوم کارایی و بهره‌وری مطرح است، این است که در اندازه‌گیری بهره‌وری صرفاً می‌توان از مقادیر مشاهده‌شدهٔ ورودی‌ها و خروجی‌ها شاخص‌سازی کرد، اما در مورد کارایی با پارامتر مشاهده‌نشدهٔ مقادیر بهینه مواجه هستیم. بهره‌وری یک عامل اقتصادی را می‌توان به‌سادگی به عنوان نسبتی از خروجی‌ها به ورودی‌هایی که در فرایندِ تولید از آن استفاده می‌کند، اندازه‌گیری کرد. بهره‌وری می‌تواند به عنوان بهره‌وری جزئی اندازه‌گیری شود به عنوان عملکرد در هکتار (بهره‌وری زمین) یا محصول به‌ازای هر نفر (بهره‌وری نیروی کار) یا به‌طور مناسب‌تر به عنوان بهره‌وری کل عوامل[3] (TFP) که به عنوان نسبت مجموع خروجی‌ها به مجموع ورودی‌ها تعریف می‌شود. بهره‌وری یک عامل اقتصادی، ممکن است بر اساس تفاوت در فناوری تولید، فرایند تولید، محیطی که تولید در آن اتفاق می‌افتد، و در نهایت کیفیت ورودی‌های مورد استفاده متفاوت باشد (Haghiri, 2003).

اما کارایی می‌بایست از طریق مقایسه مقادیر مشاهده‌شده و مقادیر بهینه خروجی‌ها و ورودی‌ها سنجیده شود. چگونگی دستیابی به این مقادیر بهینه چالش اساسی مدل‌های اندازه‌گیری کارایی

1. Debreu
2. Koopmans
3. Total Factor Productivity

است. مقدم بر کار فارل (۱۹۵۷)، تلاش‌هایی برای اندازه‌گیری کارایی با تفسیر میانگین بهره‌وری نهاده‌ها و سپس ساخت شاخص‌های کارایی انجام شده بود. با این حال، این روش‌ها به دلیل استفاده از مفاهیم میانگین و نه حداکثر خروجی (مقادیر بهینه خروجی) توسط اقتصاددانان مورد استقبال قرار نگرفتند. همچنین، تخمین تابع تولید با استفاده از روش‌های سنتی حداقل مربعات نیز مورد نقد قرار گرفت، زیرا با تعریف تابع تولید سازگار نیست. توابع برآوردشده را در بهترین حالت می‌توان به عنوان توابع میانگین یا پاسخ توصیف کرد، زیرا چنین رگرسیونی میانگین خروجی (به‌جای حداکثر خروجی) مقادیرِ داده‌شده از ورودی‌ها را تخمین می‌زند (Schmidt & Sickles, 1984). این امر به توسعه روش نظری با پایه بهتری برای اندازه‌گیری کارایی، یعنی روش مرزی، منجر گردید.

روش‌های مرزی

در نظریه اقتصاد خرد، تابع تولید برحسب حداکثر خروجی تعریف می‌شود که می‌تواند از مجموعه مشخصی از ورودی‌ها با توجه به فناوری در دسترس برای بنگاه‌های موجود تولید شود (Battese & Coelli, 1992). حداکثر ممکن خروجی به منظور پاسخگویی به سوالات اقتصادی خاص مانند اندازه‌گیری کارایی بنگاه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این‌رو، توابع تولید مرزی که حداکثر خروجی را به عنوان تابعی از ورودی‌ها تخمین می‌زند، در ادبیات موضوع معرفی گردیده‌اند. به‌طور مشابه، تابع مرزی هزینه نیز حداقل هزینه را به عنوان تابعی از مقدار خروجی و قیمت نهاده‌ها نشان می‌دهد.

رویکرد مرزی دارای مزیت‌هایی نسبت به توابع میانگین یا پاسخ و همچنین مدل‌های غیرمرزی است. مزیت اصلی تخمین توابع مرزی، در مقایسه با تخمین توابع میانگین با استفاده از رویکرد حداقل مربعات معمولی، این است که زمانی که یک تابع مرزی تخمین زده می‌شود، نتیجه به‌شدت تحت تاثیر بهترین بنگاه است و مرز منعکس‌کنندهٔ مجموعه فناوری است که کارامدترین بنگاه استفاده می‌کند. در حالی که تخمین یک تابع متوسط فقط مجموعه فناوریِ به‌کار گرفته‌شده توسط یک بنگاه متوسط را نشان می‌دهد. بنابراین، توابع مرزی نشان‌دهندهٔ بهترین فناوری هستند که در مقابل آن کارایی سایر بنگاه‌ها در صنعت قابل‌اندازه‌گیری است (Lau & Yotopoulos, 1971; Fernandez *et al*., 1997).

از سوی دیگر، مدل غیرمرزی معیارهای کارایی را برای گروهی از بنگاه‌ها ارائه می‌کند، در حالی که مدل مرزی می‌تواند کارایی خاص بنگاه را نیز به پژوهشگر ارائه دهد. مزیت دیگر روش مرزی این است که واژهٔ «مرز» با تعریف نظری تولید، هزینه و تابع سود کاملاً سازگار است. یعنی راه‌حلی برای مسئلهٔ حداکثرسازی و حداقل‌سازی ارائه می‌دهد. این مزایا روش‌شناسی مرزی را در تحقیقات

اقتصادی کاربردی محبوب می‌کند (Førsund *et al*., 1980; Haghiri, 2003).

دو پارادایم اصلی برای اندازه‌گیری کارایی در مدل‌های مرزی وجود دارد، یکی رویکرد ناپارامتریک برنامه‌ریزی ریاضی که برآمدهای مشاهده‌شده را تحلیل می‌کند و دیگری رویکرد پارامتریک اقتصادسنجی، که از تخمین توابع تولید، هزینه و سود بر اساس نظریه‌های اقتصادی بهره می‌گیرد. امروزه مدل مرزی تصادفی ایگنر و همکاران[1] (۱۹۷۷) بستر و پایهٔ مدل‌هایی با رویکرد اقتصادسنجی است. تخمین توابع مرزی (تولید، هزینه و سود) در عمل یک رگرسیون است که تمام مشاهده‌ها را با قیود ناشی از نظریه برازش می‌کند و اندازه‌گیری ناکارایی در واقع تخمین تجربی این امر است که بنگاه تا چه حدی در رسیدن به مرز ایدئال نظری خود شکست خورده است. بنابراین، به زبان ساده‌تر، ما به دنبال تحلیل جزء اخلال رگرسیون تابع تولید یا هزینه (سود) به عنوان اندازه‌ای از ناکارایی هستیم. در واقع، نخستین بار فارل (۱۹۵۷) پیشنهاد داد که ناکارایی را می‌توان به عنوان انحراف از مرز ایدئال تولید دانست که خودبه‌خود ناکارایی را با جزء اخلال در مدل رگرسیون مرتبط می‌کند.

رویکرد مرزی ناپارامتریک

رویکرد ناپارامتریک نه یک شکل تبعی خاص را برای فناوری تولید مشخص می‌کند و نه فروضی در مورد توزیع جزء اخلال برقرار می‌سازد. به عبارت دیگر، این رویکرد نسبت به اَشکال تبعی خاص و فروض توزیعی، مستحکم است. رویکرد ناپارامتریک عمدتاً ماهیت قطعی دارد. در مدل مرزی قطعی تولید، خروجی از بالا توسط یک مرز قطعی (غیرتصادفی) محدود شده است. با این حال، نفوذ احتمالی از خطاهای اندازه‌گیری و سایر نویزهای آماری بر روی شکل و موقعیت مرز تخمینی در نظر گرفته نشده است. کار اصلی فارل (۱۹۵۷) نقطهٔ شروع مهمی برای مبحث مرزهای ناپارامتریک است. برای توضیح بیش‌تر با فرض وجود داده‌های K ورودی و M خروجی در هر یک از N بنگاه مورد بررسی، به‌ترتیب یک ماتریس K x N برای ورودی‌ها و یک ماتریس M x N برای خروجی‌ها داریم که هدف آن ایجاد یک مرز پوششی ناپارامتریک از نقاط داده‌ها، به‌گونه‌ای است که تمام نقاطِ مشاهده‌شده در مرز تولید یا زیر آن قرار گیرند. در این رویکرد، کارایی را به عنوان فاصله تا مرز اندازه‌گیری می‌کند. بنگاه‌های کارامد در مقایسه با سایر بنگاه‌ها در این گروه مورد بررسی، آن‌هایی هستند که با استفاده از مقدار معینی از ورودی‌ها، خروجی‌های بیش‌تری تولید می‌کنند یا نهاده‌های کم‌تری برای تولید مقدار معینی خروجی مصرف می‌کنند.

1. Aigner

بر اساس فورسوند و همکاران (۱۹۸۰)، مزیت اصلی رویکرد ناپارامتریک این است که هیچ فرم تبعی را بر داده‌ها تحمیل نمی‌کند. یکی از معایب رویکرد این است که مرز از زیرمجموعه‌ای از مشاهده‌ها محاسبه می‌شود، که این مشاهده‌ها بسیار مستعد داشتن داده‌های پرت و خطای اندازه‌گیری هستند. ایراد دیگر آن این است که توابعِ برآوردشده هیچ ویژگی آماری ندارند که بتوان بر اساس آن استنباط کرد؛ با این حال، تحولات اخیر در تلاش برای غلبه بر این مشکلات آن است.

رویکرد مرزی پارامتریک

در بخش‌های قبلی معیار کارایی اقتصادی هر شرکت را دارای دو مولفه دانستیم: کارایی فنی (تکنیکال) که توانایی بنگاه را در دستیابی به حداکثر خروجی به‌ازای ورودی‌های مشخص (کارایی فنی ستانده‌محور) یا استفاده از کم‌ترین ورودی برای دستیابی به خروجی‌های مشخص (کارایی فنی داده‌محور) می‌سنجد؛ و کارایی تخصیصی که توانایی بنگاه را در استفاده از ورودی‌ها با نسبت بهینه با توجه به قیمت‌های آن‌ها می‌سنجد. برای محاسبهٔ این معیارهای کارایی باید مرزهای ناشناختهٔ تولید نیز تخمین زده شوند. در این بخش، روش‌های اقتصادسنجی را برای تخمین پارامتری مدل‌های مرزی تصادفی ارائه خواهیم داد. رویکرد پارامتریک شامل تعیین یک فرم تبعی برای فناوری تولید و همچنین فروضی در مورد توزیع جزء خطا است. مزیت عمده رویکرد پارامتریک در مقایسه با ناپارامتریک، توانایی بیان فناوری مرزی در یک فرم ریاضی ساده است. با این حال، رویکرد پارامتریک ممکن است ساختاری ناموجه را در مرز تحمیل کند. از معایب دیگر این است که اغلب محدودیتی را بر تعداد مشاهده‌هایی که می‌توانند از نظر فنی کارامد باشند تحمیل می‌کند. رویکرد پارامتریک مرزی به دو صورت تابع مرزی قطعی و تصادفی مورد مطالعه قرار گرفته است.

تحلیل مرزی قطعی

در این رویکرد، فارل (۱۹۵۷) محاسبهٔ یک مرز محدب پارامتریک از نسبت‌های ورودی به خروجی مشاهده‌شده را پیشنهاد کرد. در رویکرد مرزی قطعی، اکثر توابع تولیدِ در نظر گرفته‌شده به شکل خطی در فرم لگاریتمی هستند.

$$\ln y_i = \alpha + \beta^T x_i + \varepsilon_i \qquad (۱)$$

که فرض می‌شود ε_i نشان‌دهندهٔ ناکارایی فنی است و روی بنگاه‌ها به صورت تصادفی توزیع شده است، میانگین غیرصفر (منفی) دارد و واریانس آن ثابت است. از آن‌جایی که توزیع ε_i نرمال نیست،

پارامترهای مدل به‌غیر از جزء ثابت به صورت سازگار اما نه کارا، با استفاده از روش OLS[1] تخمین زده می‌شود. اگر توزیع ε مشخص باشد، پارامترها را می‌توان به صورت کاراتر با استفاده از روش بیش‌ترین درست‌نمایی (ML)[2] برآورد کرد. معایب روش قطعی این است که برخی وقایع خارجی مانند تعداد بالای خرابی‌های تصادفی تجهیزات یا آب‌وهوای بد، ممکن است توسط تحلیلگر به ناکارایی فنی تعبیر شود. حتی ممکن است هرگونه خطا در تصریح اندازه‌گیری متغیرها می‌تواند به مثابهٔ افزایش ناکارایی تلقی گردد.

یکی از روش‌های تخمین مرزهای تولید با استفاده از داده‌های مقطعی، پوشش‌دهی[3] نقطه داده‌ها با استفاده از یک تابع دلخواه است. آیگنر و چو[4] (۱۹۶۸)، این روش را روی مرز تولید کاب-داگلاس به صورت معادله (۲) استفاده کردند:

$$\ln q_i = x_i{}'\beta - u_i \qquad (۲)$$

که در آن q_i خروجی iاُمین شرکت، $\mathbf{x}_i$ یک بردار $K \times 1$ شامل لگاریتم‌های ورودی‌ها، β برداری از پارامترهای مجهول، و u_i متغیر تصادفی نامنفی متناظر با ناکارامدی فنی (تکنیکی) است. برای تخمین پارامترهای مجهول این مدل از روش‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد: آیگنر و چو (۱۹۶۸)، از برنامه‌نویسی خطی استفاده کردند؛ آفریت[5] (۱۹۷۲) فرض کرد که u_iها متغیرهای تصادفی با توزیع گاما هستند و از روش بیش‌ترین درست‌نمایی بر روی آن‌ها استفاده کرد؛ و ریچموند[6] (۱۹۷۴) از روش کم‌ترین مربعات استفاده کرد که از آن با عنوان کم‌ترین مربعات معمولی اصلاح‌شده (MOLS)[7] یاد می‌شود.

مرز تولید معادله (۲) قطعی[8] خواهد بود تا جایی که q_i از بالا با کمّیت غیرتصادفی (یعنی قطعی) $\exp(x'_i\beta)$ محدود شده باشد. یک مسئله با مرزهایی از این نوع (و با مرزهای DEA) آن است که خطاها و سایر نویزهای آماری مد نظر قرار نگیرند ــ و فرض بر آن باشد که هرگونه انحراف از مرزها در نتیجهٔ ناکارامدی فنی است. یک راه‌حل بدیهی برای این مسئله آن است که متغیر تصادفی دیگری مورد استفاده قرار گیرد که حاکی از نویزهای آماری باشد. چنین مرزی به عنوان مرز تولید تصادفی شناخته می‌شود.

1. Ordinary Least Square
2. Maximum Likelihood
3. To Envelop
4. Aigner & Chu
5. Afriat
6. Richmond
7. Modified Ordinary Least Squares (MOLS)
8. Deterministic

تحلیل مرزی تصادفی

آیگنر و همکاران (۱۹۷۷) و میوسن و وندن بروک[1] (۱۹۷۷) در دو پژوهش جداگانه تابع تولید با مرزهای تصادفی را به صورت معادله (۳) ارائه دادند:

$$\ln q_i = x_i{}'\beta + v_i - u_i \qquad (۳)$$

که معادل با معادله مرزی قطعی است، با این تفاوت که یک خطای تصادفی متقارن v_i به آن اضافه شده است تا نویز آماری نیز در رابطه لحاظ شود. نویز آماری در نتیجهٔ حذف سهوی متغیرهای مربوطه از بردار $\mathbf{x}_i$ و همچنین خطاهای اندازه‌گیری و خطاهای تخمین به‌وجود می‌آید. مدلی که در معادله فوق تعریف شده است، تابع تولید مرز تصادفی[2] نام دارد، چرا که مقادیر خروجی آن از بالا به متغیر تصادفی $\exp(\mathbf{x}'_i\beta + v_i)$ محدود هستند. خطای تصادفی v_i می‌تواند مثبت یا منفی باشد و بنابراین، خروجی‌های مرز تصادفی حول بخش قطعی مدل $\exp(\mathbf{x}'_i\beta)$ متفاوت‌اند.

می‌توان این ویژگی‌های مهم مدل مرز تصادفی را به صورت گرافیکی نمایش داد. بدین منظور بهتر است توجه خود را به بنگاه‌هایی معطوف کنیم که تنها با یک ورودی x_i، خروجی q_i را تولید می‌کنند. در این حالت، مدل مرز تصادفی کاب-داگلاس به صورت معادله‌های زیر تبدیل می‌شود:

$$\ln q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_i + v_i - u_i \qquad (۴)$$

$$q_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_i + v_i - u_i) \qquad (۵)$$

$$q_i = \underbrace{\exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_i)}_{\text{جزء قطعی}} \times \underbrace{\exp(v_i)}_{\text{خطا}} \times \underbrace{\exp(-u_i)}_{\text{ناکارایی فنی}} \qquad (۶)$$

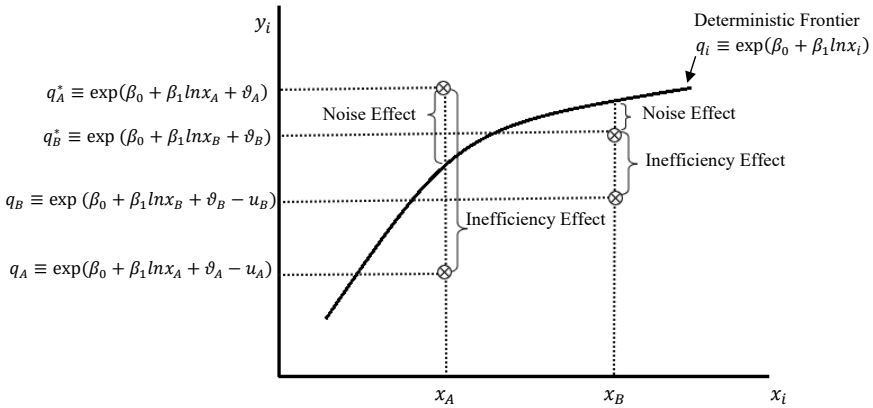
چنین مرزی در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن ورودی‌ها و خروجی‌های دو شرکت A و B رسم شده‌اند و مولفه قطعی مدل مرزی برای منعکس کردن وجود بازده کاهشی نسبت به مقیاس[3] ترسیم شده است. مقادیر ورودی‌ها روی محور افقی و مقادیر خروجی روی محور عمودی رسم شده‌اند. بنگاه A از ورودی x_A برای تولید خروجی q_A و شرکت B از ورودی x_B برای تولید خروجی q_B استفاده می‌کند (این مقادیر با نقاطی که توسط علامت $\otimes$ مشخص شده‌اند، نشان داده شده‌اند). اگر تاثیرات ناکارایی وجود نداشته باشند (یعنی اگر $u_A = 0$ و $u_B = 0$)، آنگاه خروجی‌های مرز برای شرکت‌های A و B به‌ترتیب عبارت خواهند بود از:

$$q_A^* \equiv \exp(\beta_0 + \beta_1 \ln x_A + v_A) \qquad (۷)$$

1. Meeusen & van Den Broeck
2. Stochastic Frontier Production Function
3. Diminishing Returns to Scale

$$q_B^* \equiv \exp\left(\beta_0 + \beta_1 \ln x_B + v_B\right) \quad (۸)$$

این مقادیر مرز در شکل (۱) با علامت ⊗ نشان داده شده‌اند. مشخص است که خروجی مرزی[1] برای شرکت A تنها بدان دلیل بالای مولفه قطعی مرز تولید قرار گرفته است که تاثیر نویز مثبت است (یعنی $v_A > 0$). و خروجی مرزی برای شرکت B بدان دلیل در پایین مولفه قطعی مرز تولید قرار گرفته است که تاثیر نویز منفی است (یعنی $v_B < 0$). همچنین، می‌توان مشاهده کرد که خروجی مشهود[2] شرکت A در پایین مولفه قطعی مرز قرار می‌گیرد، چرا که مجموع نویز و تاثیرات ناکارایی منفی است (یعنی $v_A - u_A < 0$).



شکل ۱: تابع تولید مرزی تصادفی

می‌توان این ویژگی‌های مدل مرزی معادله (۳) را به حالتی که شرکت‌ها دارای چند ورودی هستند تعمیم داد. مشخصاً خروجی‌های مرزی نامشهود[3] مایل به توزیع یکنواخت در بالا و پایین مولفه قطعی مرز هستند. اما خروجی‌های مرزی مشهود مایل به قرار گرفتن در زیر مولفه قطعی مرز هستند. در واقع، این خروجی‌ها تنها در صورتی می‌توانند بالای مولفه قطعی مرز قرار گیرند که تاثیرات نویز مثبت و بزرگ‌تر از تاثیرات ناکارایی باشند (یعنی $q_i^* > \exp(x'_i\beta) \;\; \text{if } \epsilon_i \equiv v_i - u_i > 0$).

بیش‌تر تحلیل‌های مرز تصادفی معطوف به پیش‌بینی تاثیرات ناکارایی هستند. رایج‌ترین معیار

1. Frontier Output
2. Observed Output
3. Unobserved Frontier Outputs

مبتنی بر خروجی در مبحث کارایی فنی، نسبت خروجی مشهود به خروجی مرز تصادفی متناظر است:

$$TE_i = \frac{q_i}{\exp(x_i'\beta + v_i)} = \frac{\exp(x_i'\beta + v_i - u_i)}{\exp(x_i'\beta + v_i)} = \exp(-u_i) \qquad (۹)$$

این معیار از کارایی فنی مقداری بین صفر و یک دارد. این معیار در واقع خروجی شرکت iاُم را نسبت به خروجی شرکتی کاملاً کارامد[1] که با استفاده از بردار ورودی‌های یکسان به‌دست آمده است مقایسه می‌کند. مسلماً اولین گام در پیش‌بینی کارایی فنی TE_i، تخمین پارامترهای مدل مرز تصادفی معادله (۲) است.

تخمین پارامترها

روش‌های تخمین و آزمون فرضیه‌ها با توجه به آن‌که سمت راست معادله (۲) دارای دو جملهٔ تصادفی است ــ یک خطای متقارن v_i و یک متغیر تصادفی نامنفی u_i ــ تخمین در این مدل‌ها اندکی پیچیده‌تر است. همان‌طور که انتظار می‌رود، روش‌های تخمین این مدل‌ها بر پایهٔ مفروضاتی هستند که این دو متغیر تصادفی را مد نظر قرار می‌دهند. یک فرض متداول آن است که هر v_i به‌طور مستقل از هر u_i توزیع یافته است و هر دو خطا فاقد همبستگی با متغیرهای مستقل در $\mathbf{x}_i$ هستند. از آن گذشته

$E(v_i) = 0$ (میانگین صفر) (۱۰)

$E(v_i^2) = \sigma^2$ (همسانی واریانس) (۱۱)

$E(v_i v_j) = 0 \quad for\ all\ i \neq s$ (غیرهمبسته) (۱۲)

$E(u_i^2) =$ ثابت (همسانی واریانس) (۱۳)

$E(u_i u_j) = 0 \quad for\ all\ i \neq s$ (غیرهمبسته) (۱۴)

از این‌رو، فرض می‌شود که مولفه نویز دارای ویژگی‌هایی مشابه با ویژگی‌های مولفه نویز در مدل رگرسیون خطی کلاسیک است که در بخش قبل بررسی شد. مولفهٔ ناکارایی نیز دارای ویژگی‌های مشابهی است، تنها با این تفاوت که دارای میانگین غیرصفر است (چرا که $u_i \geq 0$).

با استفاده از این مفروضات می‌توانیم با استفاده از روش کم‌ترین مربعات معمولی (OLS) برآوردگرهای مناسبی برای ضرایب شیب بیابیم. اما برآوردگر OLS برای ضریب عرض از مبدأ به سمت پایین اریب است[2]. این امر نشان می‌دهد که نمی‌توان از این برآوردگر برای محاسبه کارایی

1. Fully-Efficient Firm
2. Biased Downwards

فنی استفاده کرد. یک راهکار برای حل این مشکل، استفاده از روش وینستِن[1] (۱۹۵۷) برای اصلاح اریبی در جملهٔ عرض از مبدأ است ــ برآوردگری که با این روش به‌دست می‌آید برآوردگر کم‌ترین مربعات معمولی تصحیح‌شده (COLS)[2] نامیده می‌شود. یک راهکار بهتر استفاده از مفروضات توزیعی[3] در مورد دو جملهٔ خطا و تخمین مدل با استفاده از برآوردگر بیش‌ترین درست‌نمایی (ML) است. از آن‌جا که برآوردگر ML ویژگی‌های مطلوب متعددی در کار با نمونه‌های بزرگ دارد، معمولاً نسبت به برآوردهای دیگر از جمله COLS ترجیح داده می‌شود.

مدل نیم‌نرمال[4]

آیگنر و همکاران (۱۹۷۷)، با در نظر گرفتن مفروضات زیر به برآوردگرهای ML رسیدند:

$$v_i \sim iidN(o, \sigma_v^2) \qquad (۱۵)$$

$$u_i \sim iidN(o, \sigma_u^2) \qquad (۱۶)$$

بر اساس فرض (۱۵)، v_iها متغیرهای تصادفی نرمال با توزیع مستقل و یکنواخت، با میانگین‌های صفر و واریانس‌های σ_v^2 هستند. فرض (۱۶) نیز می‌گوید که u_iها متغیرهای تصادفی نیم‌نرمال با توزیع مستقل و یکنواخت، با پارامتر مقیاس[5] σ_u^2 هستند. این بدان معناست که تابع چگالی احتمال هر u_i، نسخهٔ بریده‌شده‌ای از یک متغیر تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_u^2 است. به عنوان نمونه، توابع چگالی احتمال سه متغیر نیم‌نرمال در شکل (۲) نشان داده شده‌اند.

آیگنر و همکاران (۱۹۷۷)، تابع درست‌نمایی لگاریتمی این مدلِ به‌اصطلاح نیم‌نرمال را برحسب $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ و $\lambda^2 = \sigma_u^2/\sigma_v^2 \geq 0$ پارامتری کردند[6]. اگر $\lambda = 0$ باشد، ناکارایی فنی هیچ تاثیری ندارد و هرگونه انحراف از مرز، ناشی از نویز است. با استفاده از این روش پارامتری کردن، تابع درست‌نمایی لگاریتمی به حالت زیر درمی‌آید:

$$\ln L(y|\beta, \sigma, \gamma) = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\pi\sigma^2}{2}\right) + \sum_{i=1}^{I} \ln \Phi\left(-\frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{I} \varepsilon_i^2 \qquad (۱۷)$$

که در آن $\mathbf{y}$ برداری از خروجی‌های لگاریتمی؛ $\varepsilon_i \equiv v_i - u_i = \ln q_i - \mathbf{x}'_i\beta$ یک جملهٔ خطای

1. Winsten
2. Corrected Ordinary Least Squares (COLS)
3. Distributional Assumptions
4. Half-Normal
5. Scale Parameter
6. Parameterize

مرکب[1]؛ و $\Phi(x)$ تابع توزیع تجمعی (CDF)[2] متغیر تصادفی نرمال استاندارد است که در x ارزیابی شده است.

برای بیشینه ساختن تابع درست‌نمایی لگاریتمی، معمولاً مشتق اول آن را نسبت به پارامترهای مجهول می‌گیریم و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم. متاسفانه در مورد معادله (۱۷)، این شرایط مرتبه اول به‌شدت غیرخطی بود و نمی‌توان آن‌ها را برحسب β، σ، و λ حل کرد. ازاین‌رو، باید تابع درست‌نمایی (۱۷) را با استفاده از رویکردهای بهینه‌سازی تکراری بیشینه کنیم. برای این کار باید مقادیر آغازینی را برای پارامترهای مجهول برگزینیم و آن مقادیر را به روشی سیستماتیک به‌روزرسانی کنیم تا زمانی که مقادیر بیشینه‌ساز تابع درست‌نمایی لگاریتمی را بیابیم. برای اطلاعات بیش‌تر در مورد رویکردهای بهینه‌سازی تکراری به جاج و همکاران[3] (۱۹۸۵) مراجعه نمایید.

این مدل با معادلات (۲)، (۱۵)، (۱۶) و همچنین با فرضیه‌های زیر ساخته می‌شود:

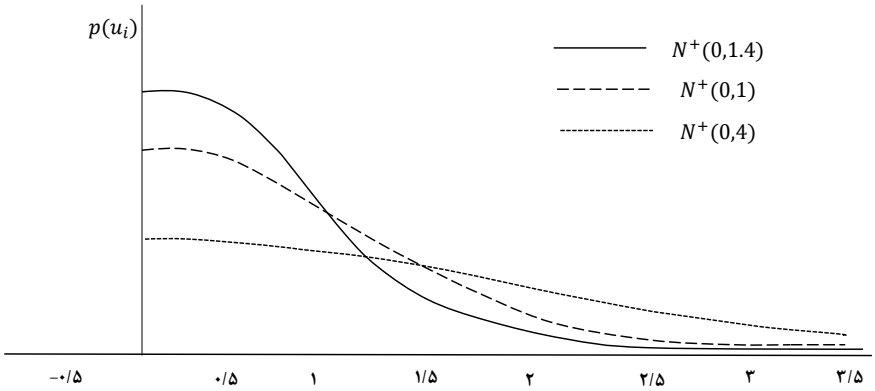
$$X_i = \begin{bmatrix} 1 \\ t_i \\ \ln x_{1i} \\ \ln x_{2i} \\ \ln x_{3i} \\ 0.5\,(\ln x_{1i})^2 \\ \ln x_{1i} \ln x_{2i} \\ \ln x_{1i} \ln x_{3i} \\ 0.5\,(\ln x_{2i})^2 \\ \ln x_{2i} \ln x_{3i} \\ 0.5\,(\ln x_{3i})^2 \end{bmatrix} \tag{۱۸}$$

$$\beta = (\beta_0 \;\; \beta_1 \;\; \beta_2 \;\; \beta_3 \;\; \beta_{11} \;\; \beta_{12} \;\; \beta_{13} \;\; \beta_{22} \;\; \beta_{23} \;\; \beta_{33})' \tag{۱۹}$$

که در آن t_i یک روند زمانی است که به منظور لحاظ کردن تغییرات فناوری در نظر گرفته شده است، که در داده‌های تابلویی می‌توان از این قابلیت در مدل استفاده کرد. چنین داده‌ای، امکان لحاظ کردن اثرات ثابت یا تصادفی را در مدل امکان‌پذیر می‌سازد. مزیت دیگر داده‌های تابلویی این است که مفروضاتی مانند فرض استقلال بین عبارت ناکارامدی و مقادیر ورودی با این داده‌ها ضروری نیست. به‌طور کلی، داده‌های تابلویی درجات آزادی را برای تخمین پارامترها افزایش می‌دهد و امکان تخمین

1. Composite Error
2. Cumulative Distribution Function (CDF)
3. Judge

همزمان تغییرات فنی و ناکارایی فنی را که در طول زمان تغییر می‌کند، فراهم می‌سازد. با این حال، به دلیل کمبود داده‌های تابلویی در مورد صنایع مختلف، به‌خصوص در کشورهای در حال توسعه، استفاده از روش‌های داده‌های تابلویی در ادبیات تجربی اندازه‌گیری ناکارایی محدود شده است.



شکل ۲: توابع چگالی احتمال سه متغیر نیم‌نرمال

سایر مدل‌ها

گاهی اوقات فرض نیم‌نرمال بودن (۱۶) را با یکی از مفروضات زیر جایگزین می‌کنند:

$u_i \sim iidN^+(\mu, \sigma^2)$ (Truncated normal) (۲۰)

$u_i \sim iidG(\lambda, 0)$ (Exponential with mean λ) (۲۱)

$u_i \sim iidG(\lambda, m)$ (Gamma with mean X and degrees of freedom m) (۲۲)

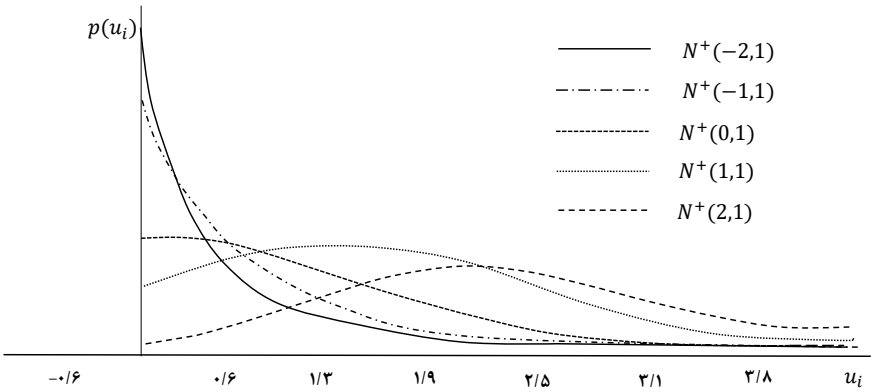
مدل مرز نرمال بریده‌شده منسوب به استیونسون[1] و مدل گاما منسوب به گرین (۱۹۹۰)[2] است. توابع درست‌نمایی لگاریتمی برای این مدل‌های مختلف در پژوهش کامباکار و لاول (۲۰۰۰)[3] ارائه شده‌اند. در این‌جا نیز این توابع باید با استفاده از رویکردهای بهینه‌سازی تکراری بیشینه شوند.

انتخاب مفروضات توزیعی، اغلب با توجه به سهولت یا دشواری محاسبات آن‌ها صورت می‌گیرد ــ

1. Stevenson
2. Greene
3. Kumbhakar & Lovell

تخمین برخی از مدل‌های مرزی در برخی از نرم‌افزارها به صورت خودکار انجام می‌شود، اما در برخی دیگر خودکار نیست. ملاحظات نظری نیز بر انتخاب مفروضات توزیعی تاثیر دارند. برای مثال، برخی پژوهشگران از استفاده‌ی توزیعات نیم‌نرمال و نمایی اجتناب می‌ورزند، زیرا آن‌ها دارای مدهایی در صفر هستند و اکثر تاثیرات ناکارایی در آن‌ها در همسایگی صفر است و معیارهای متناظر با کارایی فنی در همسایگی یک قرار دارند. مدل‌های نرمال بریده‌شده و گاما امکان استفاده از طیف وسیعی از شکل‌های توزیعی را فراهم می‌سازند. برای مثال، شکل (۳) توابع چگالی احتمال بریده‌شدهٔ متعددی را نشان می‌دهد که دو تا از آن‌ها دارای مدهای غیرصفر هستند. متاسفانه این انعطاف‌پذیری بی‌نظیر به قیمت سنگین‌تر شدن بار محاسباتی تمام می‌شود، چرا که تعداد پارامترهایی که باید تخمین زده شوند افزایش می‌یابد. از آن گذشته، اگر توابع چگالی احتمال u_i و v_i دارای شکل‌های یکسانی باشند، آنگاه تشخیص تاثیرات ناکارایی از نویز دشوار خواهد شد.

یکی از آخرین ملاحظات در هنگام انتخاب مدل این است که مفروضات توزیعی مختلف به پیش‌بینی‌های مختلفی از کارایی فنی منجر می‌شوند. هرچند، زمانی که بنگاه‌ها را از لحاظ کارایی فنیِ پیش‌بینی‌شده رتبه‌بندی می‌کنیم، رتبه‌ها تاثیر قابل‌ملاحظه‌ای بر انتخاب مفروضات توزیعی دارند. در چنین مواردی، اصل صرفه‌جویی[1] حکم می‌کند که از مدل‌های ساده‌تر نیم‌نرمال و نمایی استفاده شود.



شکل ۳: تابع چگالی احتمال مدل‌های نرمال بریده‌شده

1. Principle of Parsimony

پیش‌بینی کارایی فنی

کارایی فنی iاُمین شرکت با $TE_i = \exp(-u_i)$ تعریف می‌شود. بدین ترتیب، می‌توان کارایی فنی شرکت و صنعت را پیش‌بینی کرد. در این بخش، این مسائل پیش‌بینی را در زمینهٔ مدل مرز تصادفی نیم‌نرمال مورد بررسی قرار خواهیم داد. نتایج برای سایر مدل‌ها را می‌توان در پژوهش کامباکار و لاول (۲۰۰۰) مطالعه نمود.

کارایی مختص شرکت

مسلماً برای پیش‌بینی کارایی فنی، باید اطلاعاتی از u_iها داشته باشیم. به‌محض آن‌که داده‌های خود را جمع‌آوری و مقدار q_i را مشاهده کردیم، می‌توانیم اطلاعاتی را که در مورد u_iها داریم در قالب تابع چگالیِ احتمال نرمال بریده‌شده خلاصه کنیم:

$$p(u_i|q_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_*^2}(u_i - u_i^*)^2\right\}/\Phi\left(\frac{u_i^*}{\sigma_*}\right) \qquad (۲۳)$$

که در آن $u_i^* = -(\ln q_i - \mathbf{x}'_i\beta)\sigma_u^2/\sigma^2$ و $\sigma_*^2 = \sigma_v^2\sigma_u^2/\sigma^2$. این تابع چگالی احتمال شرطی، اطلاعاتی در مورد مقادیر محتمل و غیرمحتمل u_i پس از انتخاب شرکت i در نمونه و مشاهدهٔ خروجی آن q_i در اختیار قرار می‌دهد. جاندرو[1] و همکاران (۱۹۸۲)، از این تابع استفاده کردند و پیش‌بینی‌کنندهٔ[2] (۲۴) را برای u_i ارائه دادند:

$$\widehat{u_i} \equiv E\{u_i|q_i\} = u_i^* + \sigma_*\left[\frac{\phi(\frac{u_i^*}{\sigma_*})}{\Phi(\frac{u_i^*}{\sigma_*})}\right] \qquad (۲۴)$$

که در آن $\phi(x)$ تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی نرمال استاندارد است که در x ارزیابی شده است. آن‌ها از آن استفاده کردند و نشان دادند که بازهٔ پیش‌بینی $(1-\alpha)\times 100\%$ برای $u_i|q_i$ از روابط زیر حاصل می‌شود:

$$L_i = u_i^* + \sigma_*\Phi^{-1}\{(1-\frac{\alpha}{2})\Phi(\frac{u_i^*}{\sigma_*})\} \qquad (۲۵)$$

$$U_i = u_i^* + \sigma_*\Phi^{-1}\{(\frac{\alpha}{2})\Phi(\frac{u_i^*}{\sigma_*})\} \qquad (۲۶)$$

معادلات (۲۴) تا (۲۶) معادلات سودمندی هستند، چرا که به ما در حصول استنتاج‌هایی در مورد u_i کمک می‌کنند. هرچند در بسیاری از موقعیت‌ها علاقه‌مند به مطالعه کارایی شرکت iاُم $TE_i = \exp(-u_i)$ هستیم. $\exp(-u_i)$ پیش‌بینی‌کننده‌ای طبیعی برای این کمّیت است که در

1. Jondrow
2. Predictor

آن $\hat{u}_i$ با معادله (۲۴) داده می‌شود. هرچند باتیس و کوئلی (۱۹۹۵) از $p(u_i|q_i)$ استفاده کردند و پیش‌بینی‌کنندهٔ (۲۷) را به‌دست آوردند:

$$T\hat{E}_i \equiv E\{\exp(-u_i)|q_i\} = [\Phi(\frac{u_i^*}{\sigma_*} - \sigma_*)/\Phi(\frac{u_i^*}{\sigma_*})]exp\left\{\frac{\sigma_*^2}{2} - u_i^*\right\} \quad (۲۷)$$

این پیش‌بینی‌کننده از آن جهت بهینه است که خطای پیش‌بینی میانگین مربعات[1] را به کمینه می‌رساند. بسته به این‌که چه پیش‌بینی‌کننده‌ای استفاده می‌شود، یک بازهٔ پیش‌بینی $(1-\alpha)\times 100\%$ عبارت است از:

$$\exp(-U_i) < TE_i < \exp(-L_i) \quad (۲۸)$$

که در آن L_i و U_i با معادلات (۲۵) و (۲۶) به‌دست می‌آیند. در عمل، می‌توان بازه‌های پیش‌بینی را برای کارایی فنی مختص شرکت[2] به‌دست آورد. این امر از طریق پیش‌بینی‌های نقطه‌ای و بازه‌ای برای u_iها و TE_iها با استفاده از مدل مرز تولید ترانسلوگ نیم‌نرمال تخمین زده می‌شود.

کارایی صنعت

کارایی صنعت به عنوان میانگین کارایی تمام شرکت‌های فعال تحت آن صنعت تعریف می‌شود. از این‌رو، یک پیش‌بینی‌کنندهٔ طبیعی برای کارایی صنعت، میانگین کارایی‌های پیش‌بینی‌شده برای شرکت‌های موجود در یک نمونه است:

$$\overline{TE} \equiv \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} T\hat{E}_i \quad (۲۹)$$

که در آن $\widehat{TE}_i$ با استفاده از معادله (۲۴) محاسبه می‌شود. کارایی صنعت را می‌توان به صورت کارایی مورد انتظار iاُمین شرکت پیش از انتخاب هر شرکتی در درون نمونه نیز تعریف کرد. پیش از جمع‌آوری نمونه، می‌توانیم اطلاعات خود از u_i را در قالب یک تابع چگالی احتمال نرمال بیان کنیم:

$$p(u_i) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\{-\frac{u_i^2}{2\sigma_u^2}\} \quad (۳۰)$$

برای به‌دست آوردن نتایجی مشابه با نتایج مختص شرکت که در سطور فوق بررسی شد، می‌توانیم از این تابع چگالی احتمال غیرشرطی[3] استفاده کنیم. مشخصاً یک برآوردگر بهینه برای کارایی صنعت عبارت است از:

$$T\hat{E} \equiv E\{\exp(-u_i)\} = 2\Phi(-\sigma_u)\exp\{\frac{\sigma_u^2}{2}\} \quad (۳۱)$$

1. Mean Square Prediction Error
2. Firm-Specific Technical Efficiency
3. Unconditional Probability Density Function

از آن گذشته یک بازه پیش‌بینی $(1-\alpha)\times 100\%$ برای کارایی صنعت عبارت است از:

$$\exp(-U) < TE_i < \exp(-L) \quad (۳۲)$$

که در آن $L = z_{0.5+\alpha/4}\sigma_u$ و $U = z_{1-\alpha/4}\sigma_u$.

تابع مرزی هزینه

در سرتاسر بخش قبل مباحث خود را بر تخمین بیش‌ترین درست‌نمایی پارامترهای مرز تولید و پیش‌بینی کارایی‌های فنی متمرکز کردیم و به این ترتیب، اندازه‌گیری ناکارایی تخصیصی به دلیل عدم امکان لحاظ نمودن قیمت‌ها در تابع مرزی تولید مغفول ماند. از سوی دیگر، پیش‌بینی کارایی فنی بنگاه‌هایی که ستانده‌های متعددی را تولید می‌کنند نیز با استفاده از مدل‌های مرزی تولید امکان‌پذیر نیست. از آن گذشته، روش بیش‌ترین درست‌نمایی، ارزیابی قابل‌اعتمادی از استنتاج‌های ما در نمونه‌های کوچک ارائه نمی‌دهد. این‌ها برخی از مسائلی هستند که به استفاده از تابع مرزی هزینه به عنوان دوگان تابع تولید برای تخمین پارامتر ناکارایی فنی فناوری‌هایی با چند خروجی و پارامتر ناکارایی تخصیصی منجر شده است.

اصل دوگانگی در نظریه تولید بیان می‌کند که با توجه به تابع تولید، تحت برقراری شرایط منظم بودن، می‌توان به‌طور یکتا کمینه‌سازی تابع هزینه کل تولیدکننده را به عنوان راه‌حل در نظر گرفت. به‌طور معکوس، با داشتن تابع هزینه‌ای که شرایط منظم بودن را احراز می‌کند، می‌توان تابع تولید متناظر را به‌طور یکتا به عنوان راه‌حل مسئله بیشینه‌سازی در نظر گرفت (Morana, 2007).

اگر داده‌های قیمت موجود باشند و می‌توان فرض کرد که بنگاه‌ها هزینه‌ها را به کمینه می‌رسانند، می‌توان با استفاده از مدل مرزهای هزینه، ویژگی‌های اقتصادی فناوری تولید را تخمین زد (و ناکارایی هزینه‌ها را پیش‌بینی کرد). در شرایطی که به داده‌های مقطعی دسترسی داشته باشیم، مدل مرزهای هزینه به فرم عمومی (۳۳) نوشته می‌شود:

$$c_i \geq c(w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{Ni}, q_{1i}, q_{2i}, \dots, q_{Mi}) \quad (۳۳)$$

که در آن c_i هزینهٔ مشهود شرکت i؛ w_{ni} قیمت ورودی nاُم؛ q_{mi} خروجی mاُم؛ و $c(\cdot)$ تابع هزینه غیرکاهشی، همگن خطی و مقعر در قیمت‌هاست. می‌دانیم که تابع هزینه، حداقل هزینهٔ تولید خروجی‌های $q_{1i}.q_{2i}.\dots.q_{Mi}$ را زمانی که شرکت با قیمت‌های $w_{1i}.w_{2i}.\dots.w_{Ni}$ مواجه است ارائه می‌دهد. طبق معادله (۳۳)، هزینهٔ مشهود بزرگ‌تر یا مساوی با این حداقل هزینه است.

مطابق معمول، اولین گام در تخمین رابطهٔ (۳۳) انتخاب فرم تابعی مناسب برای $c(\cdot)$ است.

فرم‌های کاب-داگلاس و ترانسلوگ دو انتخاب مناسب برای این کار هستند. مدل مرز هزینهٔ کاب-داگلاس عبارت است از:

$$\ln c_i \geq \beta_0 + \sum_{n=1}^{N} \beta_n \ln w_{ni} + \sum_{m=1}^{M} \phi_m \, lnq_{mi} + v_i \qquad (۳۴)$$

که در آن v_i یک متغیر تصادفی متقارن است که خطاهای تخمین و سایر منابع نویز آماری نیز در آن لحاظ شده‌اند. به بیان دیگر:

$$\ln c_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^{N} \beta_n \ln w_{ni} + \sum_{m=1}^{M} \phi_m \, lnq_{mi} + v_i + u_i \qquad (۳۵)$$

که در آن u_i متغیری نامنفی است که ناکارایی را نشان می‌دهد. این تابع در ورودی‌ها غیرکاهشی، همگن خطی و مقعر است، به شرطی که β_n نامنفی باشد و شرط زیر را ارضا کند:

$$\sum_{n=1}^{N} \beta_n = 1 \qquad (۳۶)$$

با جایگذاری قید فوق در معادله (۳۵)، مدل مرز هزینهٔ کاب-داگلاس با همگنی مقید به‌دست می‌آید:

$$\ln(c_i/w_{Ni}) = \beta_0 + \sum_{n=1}^{N-1} \beta_n \ln(w_{ni}/w_{Ni}) + \sum_{m=1}^{M} \phi_m \, lnq_{mi} + v_i + u_i \qquad (۳۷)$$

به همین ترتیب، می‌توان یک مدل ترانسلوگ را نیز به‌دست آورد. هر دو مورد در کارهای تجربی پرکاربرد هستند و می‌توان آن‌ها را به فرم فشردهٔ زیر نوشت:

$$\ln(c_i/w_{Ni}) = x_i{}'\beta + v_i + u_i \qquad (۳۸)$$

یا از آن‌جایی که توزیع v_i متقارن است:

$$-\ln(c_i/w_{Ni}) = -x_i{}'\beta + v_i - u_i \qquad (۳۹)$$

از نقطه نظر آماری، معادله (۳۹) دقیقاً به فرم مدل مرز تولید تصادفی است که در بخش قبل مورد بررسی قرار گرفت. از این‌رو، می‌توانیم پارامترهای مجهول مرز هزینه را با روش‌های معرفی‌شده در بخش قبل تخمین بزنیم. از آن گذشته، یکی دیگر از معیارهای کارایی هزینه، نسبت حداقل هزینه به هزینه مشهود است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$CE_i = \exp(-u_i) \qquad (۴۰)$$

از این‌رو، کارایی هزینه مختص شرکت و صنعت نیز با استفاده از روابط بخش قبل قابل‌پیش‌بینی هستند. کارایی هزینه‌ای خود شامل کارایی فنی و تخصیص به صورت توأمان است، زیرا هر دو نوع ناکارایی فنی و تخصیصی به افزایش هزینه‌های بنگاه منجر می‌گردند.

همان‌طور که بیان شد، متغیر ناکارایی در این مدل دوگان، نسبت به مدل تابع تولید اندکی پیچیده‌تر است. در مدل تابع تولید، خطای یک‌طرفه تماماً نشان‌دهندهٔ ناکارایی فنی بود و این

موضوع که «آیا انتخاب داده‌ها نسبت به قیمت‌شان بهینه بوده است یا نه»، موضوع دیگری بود. اما در مدل‌های تابع هزینه، هر دو نوع ناکارایی فنی یا تخصیصی به هزینه بالاتر منجر خواهد شد. بنابراین، ممکن است تولیدکننده‌ای با رویکرد تابع تولید کارا عمل کرده باشد، در حالی که از لحاظ تخصیصی ناکارا باشد. مشابه این بحث برای تابع سود نیز برقرار است. بنابراین، می‌توان جزء تصادفی در تابع هزینه را علاوه بر جزء اخلال شامل «ناکارایی هزینه‌ای»[1] دانست، زیرا که انحراف از مرز تابع هزینه می‌تواند نشان‌دهندهٔ هر دو ناکارایی فنی و تخصیصی باشد. از این جهت، تکنیک‌های تخمین به دنبال تجزیه ناکارایی هزینه‌ای به دو بخش ناکارایی فنی و تخصیصی هستند که در رویکرد تابع تولید مغفول واقع شده بود. این مسئله را نخستین بار گرین (۱۹۹۰) مطرح نمود و به همین دلیل در ادبیات ناکارایی به نام «مسئلهٔ گرین» مشهور است. مسئله از این‌جا ناشی می‌شود که انحراف «تابع هزینه» و «تابع سهم هزینه نهاده‌ها»[2] از میزان بهینه خود، توابع پیچیده‌ای از ناکارایی تخصیصی هستند، به‌خصوص اگر تابع فناوری انعطاف‌پذیری در نظر گرفته شود.

در این‌جا ادبیات موضوع به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش عمده‌ای از ادبیات بدون توجه به مسئلهٔ گرین، به تخمین ناکارایی هزینه‌ای به صورت کلی و از طریق تخمین تک‌معادله هزینه اکتفا کرده و در عوض سعی در آزاد کردن برخی فروض غیرواقعی مدل داشته‌اند. به عنوان نمونه در مدل‌های قبل، فرض بر این بود که توزیع فناوری و ناکارایی بین بنگاه‌ها و طی زمان همسان است. بنگاه‌ها دارای پارامترهای توزیع یکسان در تابع تولید یا هزینه و در توزیع ناکارایی بودند و تنها در جزء اخلال تصادفی v_i در طی زمان و بین خود با هم تفاوت داشتند. در مدل‌های جدید اَشکال مختلف ناهمسانی مانند واریانس ناهمسانی در بخش تصادفی مدل (میانگین و واریانس) و تغییر فناوری به مدل وارد می‌شود. این مدل‌ها که تغییرات فناوری و ناکارایی را طی زمان مد نظر قرار می‌دهند از داده‌های تابلویی (اثرات ثابت و تصادفی) استفاده می‌کنند. معمولاً به دلیل ناهمسانی‌های پنهان موجود، ناکاراییِ اندازه‌گیری‌شده از روش اثرات ثابت، بزرگ‌تر از روش اثرات تصادفی است. در این مدل‌ها با استفاده از روش تخمین بیش‌ترین درست‌نمایی و در نظر گرفتن توابع توزیع مشخص برای جزء اخلال و ناکارایی، تنها به تجزیه بخش تصادفی مدل ε_i به «ناکارایی هزینه‌ای u_i» و «جزء اخلال v_i» بسنده می‌شود.

بخش دوم ادبیات که به دنبال راه‌حلی برای مسئلهٔ گرین بوده است، به دلیل پیچیدگی‌های

1. Cost Inefficiency
2. Cost Share

تکنیکی و نبودِ نظریه‌ای مناسب چندان موفق نبوده است. غلبه بر این مشکل، لزوم تخمین سیستم معادلات هزینه شامل تابع هزینه و تابع سهم هزینه را به‌جای تک‌معادله هزینه تاکید می‌نمود. در رویکرد سیستمی، که نخستین بار توسط کریستنسن و گرین[1] (۱۹۷۶) مطرح شد، از معادلات سهم هزینه هر یک از نهاده‌ها نیز در تخمین پارامترهای تابع هزینه استفاده می‌شود. استفاده از رویکرد سیستمی دارای دو مزیت نسبت به تخمین تک‌معادله است، استفاده از معادلات سهم هزینه نیازی به هیچ فروض اضافی ندارد و به غیر از پارامترهای مربوط به جزء اخلال، پارامترهای دیگری به مدل اضافه نمی‌کند؛ بنابراین اطلاعات اضافی موجود در معادلات سهم هزینه به ما کمک می‌کند که تخمین دقیق‌تری از پارامترهای تابع هزینه داشته باشیم، نسبت به حالتی که تنها تک‌معادله تابع هزینه را تخمین می‌زنیم. همچنین، علاوه بر کارایی تخمین پارامترها، با در نظر گرفتن معادلات سهم هزینه با تابع هزینه به عنوان یک سیستم معادلات، احتمال نقض شروط نظری یکنوایی و مقعر بودن تابع هزینه کم‌تر می‌شود که خود به کم‌تر شدن اریبی میزان ناکاراییِ اندازه‌گیری‌شده منجر می‌گردد.

اشمیت و لاول[2] (۱۹۷۹)، با فرض این‌که تابع تولید به شکل کاب-داگلاس باشد، توانستند به یک سیستم معادلات شامل توابع تقاضا و تابع هزینه دست پیدا کنند و از آن طریق رابطه‌ای دقیق بین ناکارایی تخصیصی و افزایش هزینه حاصل از آن به‌دست آورند. اما این رابطه در صورتی قابل‌دستیابی خواهد بود که یک تابع تولید ساده و مشخص مانند کاب-داگلاس یا دیگر فرم‌های خود-دوگانی[3] به مسئله اِعمال شود.

اشمیت و سیکلز (۱۹۸۴)، راهکار دیگری برای حل مسئلهٔ گرین ارائه دادند. آن‌ها رابطه تخمینی $lnC^{al} = \eta' F \eta$ را برای چگونگی ارتباط بین هزینه ناکارایی تخصیصی (میزان انحرافات در معادلات سهم هزینه‌های واقعی نهاده‌ها) η و افزایش هزینه حاصل از ناکارایی lnC^{al} پیشنهاد دادند که در آن F یک ماتریس مثبت نیمه‌معین[4] است. مشکل این رویکرد که توسط دیگر پژوهشگران نیز دنبال شد، تخمینی بودن رابطه پیشنهادی بود.

اتکینسون و کورنول[5] (۱۹۹۴)، برای حل مسئلهٔ گرین، ناکارایی فنی و تخصیصی را به صورت پارامترهای ثابت در الگوی سیستم هزینه فرض کردند. در این رویکرد، به این دلیل که پارامترهای ناکارایی غیرتصادفی فرض می‌شوند، وارد جمله اخلال تابع هزینه نمی‌گردند و مسئلهٔ گرین پیش

1. Christensen & Greene
2. Schmidt & Lovell
3. Self-Dual
4. Positive Semi Definite
5. Atkinson & Cornwell

نمی‌آید. اما مسئله این‌جاست که زمانی که از داده‌های تابلویی برای تعداد زیادی از بنگاه‌ها با رشته فعالیت‌های مختلف استفاده می‌کنیم، فرض ثابت بودن پارامترهای ناکارایی فنی و تخصیصی دور از واقعیت به نظر می‌رسد (Khiabani & Hasani, 2010).

کامباکار (۱۹۹۷)، تاثیرگذارترین راه‌حل نظری موجود برای مسئلهٔ گرین را با استفاده از سیستم هزینه ترانسلوگ ارائه داد. وی برای دستیابی به رابطه ناکارایی تخصیصی و افزایش هزینه، فرض کمینه‌سازی هزینه تولید را بر بنگاه ناکارای فنی و تخصیصی اِعمال نمود و با استفاده از سیستم معادلات «هزینه ترانسلوگی» و «سهم هزینه نهاده‌های» بنگاه، رابطهٔ ریاضی دقیقی بین افزایش هزینه ناشی از ناکارایی تخصیصی در معادلات سهم‌ها و هزینه به‌دست آورد. اما تخمین تجربی این مدل به مدل‌های داده تابلویی، که در آن‌ها ناکارایی تخصیصی و فنی، هر دو پارامترهای ثابت یا توابعی از پارامترهای ناشناخته و داده‌ها فرض می‌شوند، محدود می‌شود.

بر اساس سیستم معادلات هزینه و سهم هزینه در چارچوب مدل اثرات تصادفی، تاکنون پژوهش کامباکار و تْسیوناس (۲۰۰۵) جامع‌ترین راه‌حل به مسئلهٔ گرین را با استفاده از رویکرد بیزین داشته‌اند، و به تجزیه ناکارایی هزینه‌ای به دو نوع ناکارایی فنی و تخصیصی، و اندازه‌گیری هر یک از آن‌ها برای هر بنگاه پرداخته‌اند، هزینهٔ تحمیل‌شده به هر یک از بنگاه‌های ناشی از ناکارایی تخصیصی را اندازه‌گیری کرده‌اند، و میزان استفاده از هر یک از نهاده‌ها را که از حد بهینهٔ خود کم‌تر یا بیش‌تر است مشخص نموده‌اند. با استفاده از رویکرد بیزین، آن‌ها توانستند میزان ناکارایی بنگاهی که در نمونه وجود ندارد، با استفاده از تابع چگالی پسین مشروط بر داده‌های مشاهده‌شده، پیش‌بینی نمایند. برای تخمین پارامترها در رویکرد بیزین، یک توزیع پیشین برای پارامترهای $\theta = (\alpha, \beta, \sigma_u, \sigma_v)$ در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از تابع لگاریتم درست‌نمایی، تابع توزیع پسین $f(\theta|data)$ به‌دست می‌آید. به‌طور کلی، تابع پسین معمولاً فرم بسته‌ای ندارد، بنابراین تحلیل مستقیم روی آن امکان‌پذیر نیست و می‌بایست از روش MCMC برای نمونه‌گیری از توابع پسین شرطی استفاده شود و سپس $E(u_i|data)$ به عنوان میانگین ناکارایی تخمین زده شود.

استفاده از این رویکرد نیز تاکنون به دلیل پیچیدگی‌های محاسباتی چندان مورد استقبال پژوهشگران واقع نشده است. بدین ترتیب که پس از این مدل، برخی پژوهشگران برای اجتناب از پیچیدگی‌های تخمین بیزین، دست به ساده‌سازی مدل کامباکار و تْسیوناس (۲۰۰۵) زدند. برای نمونه، بریسیمیس و همکاران[1] (۲۰۱۰) به بررسی ناکارایی توأمان فنی و تخصیصی در سیستم بانکی

1. Brissimis

اروپا با استفاده از بسط تیلور مرتبه اول سیستم معادلات هزینه و سهم در هزینه پرداختند تا از پیچیدگی‌های غیرخطی بودن تابع بیش‌ترین درست‌نمایی دوری کنند. کوتلو و مک‌کارتی[1] (۲۰۱۶)، نیز با نادیده انگاشتن ارتباط بین اجزای اخلال در سیستم معادلات، صرفاً به تخمین ناکارایی هزینه‌ای در فرودگاه‌های آمریکا پرداختند تا بتوانند اثر نوع مالکیت بر کارایی آن‌ها را بررسی نمایند. کامباکار و تْسیوناس (۲۰۲۱)، برای جلوگیری از محاسبات سنگین رویکرد بیزین به منظور تخمین توأمان ناکارایی فنی و تخصیصی، به تخمین سیستم معادلات تابع تولید و شرط مرتبه اول (FOC)[2] آن از طریق اِعمال فرض سنگین تابع غیرمنعطف کاب-داگلاس به مدل پرداخته‌اند.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف این پژوهش ارائهٔ نمایی کلی از مفهوم کارایی و انواع آن، و مدل‌های مختلف اندازه‌گیری آن با تاکید بر رویکرد توابع مرزی است، زیرا انتخاب مدل مناسب به منظور اندازه‌گیری ناکارایی همواره یکی از چالش‌های اساسی پیشاروی پژوهشگران این حوزه بوده است. از آن‌جایی که بنگاه اقتصادی ناکارا با به‌کارگیری ترکیب غیربهینه سرمایه و نیروی کار، و به‌ویژه انرژی، باعث اتلاف منابع می‌گردد، اندازه‌گیری ناکارایی و شناسایی عوامل بروز آن بر دستیابی بنگاه به تولید بالقوه خود و در نتیجه پایداری رشد اقتصادی و افزایش رفاه اقتصادی جامعه موثر است. رویکردهای سنجش کارایی به‌طور کلی به روش‌های پارامتریک و غیرپارامتریک تقسیم می‌شوند. رویکرد ناپارامتریک فروض کم‌تری به مدل اِعمال می‌کند، اما در عوض رویکرد پارامتریک بر پایه مبانی اقتصاد خرد بنا نهاده شده است و قابلیت تفسیر دقیق پارامترهای تخمینِ زده‌شده وجود دارد.

با توجه به حجم زیاد مقالات نظری و تجربی در زمینهٔ اندازه‌گیری کارایی، سهم پژوهش حاضر بررسی سیر تحولات مدل‌های مورد استفاده در ادبیات ناکارایی با تاکید بر مدل‌های مرزی، به‌گونه‌ای است که درک مناسبی از نقاط ضعف و قوت آن‌ها ارائه دهد و بدین ترتیب به پژوهشگر برای ایجاد چارچوبی واضح، با توجه به امکانات و محدودیت‌های موجود برای تجزیه‌وتحلیل و انتخابِ مدل مناسب کمک نماید. سهم دیگر پژوهش این است که برای اندازه‌گیری هرچه دقیق‌تر ناکارایی از بُعد نظری و فنی، پیشنهادهایی ارائه می‌دهد که تاکنون در ادبیات موضوع به آن پرداخته نشده است.

به‌طور خلاصه می‌توان بیان نمود که در ابتدا تصریح مدل تابع تولید و تخمین ناکارایی در شکل تابع تک‌محصولی بود. برای مدل تولید چندمحصولی از تابع انتقال $T(x, y) = 0$ استفاده می‌گردید که

1. Kutlu & McCarthy
2. First Order Condition

با اِعمال یک فرض قوی جدایی‌پذیری مدل $A(y) = f(x)$، ناکارایی را به معنای نرسیدن تولید کل[1] به سطح بهینه در نظر می‌گرفت. اما این مدل به این پرسش پاسخ نمی‌دهد که آیا ترکیب انتخاب ستانده‌ها با توجه به قیمت خود و هزینه داده‌ها بهینه بوده است یا خیر. برای حل این مشکل، رویکرد سود (هزینه) مورد نیاز است. اما رویکرد تابع سود در ادبیات کم‌تر مورد استفاده قرار گرفته است، زیرا احتیاج به فروض اضافی دربارهٔ ساختار بازار و قیمتگذاری یا فروض انفرادی در مورد بنگاه دارد، در حالی که مزیت مهم استفاده از تابع هزینه، سهولت استفادهٔ مدل‌های تولید چندمحصولی مانند تابع هزینه ترانسلوگ است.

در ادبیات اندازه‌گیری ناکارایی، از طریق تخمین تابع مرزی تصادفی دو رویکرد وجود دارد: تابع مرزی تولید و تابع مرزی هزینه (سود). در تخمین تابع تولید، تمرکز اصلی بر رابطه فناورانه بین داده‌ها و ستانده‌هاست، بنابراین به برخی پرسش‌های مهم اقتصادی پاسخ داده نمی‌شود، مانند این پرسش که «آیا بنگاه اقتصادی می‌تواند بدون کاهش سطح تولید/ خدمات خود از هزینه‌هایش بکاهد؟» بنابراین، رویکرد تابع هزینه هم برای بازارهای رقابتی که میزان تقاضا تعیین‌کنندهٔ سطح تولید است و هم بازارهایی که تحت مقررات فعالیت می‌کنند، مناسب‌تر است. در خصوص تابع مرزی تصادفی هزینه بنگاه نیز دو رویکرد وجود دارد: رویکرد تک‌معادله و رویکرد سیستمی.

مشخصهٔ اصلی تمامی مطالعاتی که در زمینهٔ کارایی با استفاده از تابع مرزی تصادفی هزینه انجام شده است، این است که از یک شکل تابعی انعطاف‌پذیر برای کاهش خطای تصریح استفاده می‌کنند. متاسفانه تابع مرزی هزینهٔ تخمین زده‌شده در این رویکرد مانند فرم ترانسلوگ یا لئونتیف شروط یکنوایی و تقعر را نقض می‌کنند. این نقض شروط نظری ممکن است به نتیجهٔ اریب از میزان ناکارایی منجر گردد که رتبه‌بندی صنایع بر اساس این را دچار انحراف می‌کند. بنابراین، همواره داشتن شروط نظری بدون کاستن از انعطاف‌پذیری فرم تبعی چالش ادبیات بوده است، زیرا اِعمال کلی این قیود باعث از دست رفتن انعطاف‌پذیری می‌گردد. برای نمونه، تابع ترانسلوگ باعث ایجاد اریبی در درجهٔ جایگزینی داده‌ها می‌گردد (Terrell, 1996). بنابراین، به نظر می‌رسد کافی است برای حفظ انعطاف‌پذیری تابع و همزمان با داشتن شروط نظری، قیود را به صورت منطقه‌ای مثلاً در یک نقطه، در نقطه میانگین نمونه، در تعدادی از نقاط یا در تمام نقاط نمونه اِعمال کرد.

در تمامی مدل‌های تخمینی معرفی‌شده در ادبیات اندازه‌گیری ناکارایی چه به صورت تک‌معادله (تابع تولید، هزینه یا سود) یا سیستم معادلات و چه در اندازه‌گیری ناکارایی فنی یا تخصیصی صرف

1. Aggregate Output

و چه در اندازه‌گیری ناکارایی هزینه‌ای یا حتی در حل مسئلهٔ گرین و تفکیک آن به ناکارایی فنی و تخصیصی، به دو گونه رفتار شده است: یا به قیمت از دست دادن انعطاف مدل از فرم‌های تبعی خاص مانند کاب-داگلاس استفاده شده است که قیود نظری در آن‌ها صادق است یا با هزینهٔ چک کردن قیود تنها در محدوده‌ای از داده‌ها، فرم‌های منعطف‌تری مانند ترانسلوگ را برگزیده‌اند. بر اساس نتایج این پژوهش، هیچ یک به‌طور سیستماتیک به اِعمال قیود نابرابری نظری بر مدل و استفاده از فرم‌های تبعی منعطف نپرداخته است. پیشنهاد می‌گردد جبران این کمبود، یعنی اِعمال قیود نظری، خصوصاً قیود نامساوی، به مدل مرزی تصادفی تخمینی بدون کاستن از انعطاف‌پذیری فرم تبعی آن در ادبیات اندازه‌گیری ناکارایی، با استفاده از رویکرد بیزین و از طریق الگوریتم شبیه‌سازی مونت‌کارلو (به‌طور مشخص الگوریتم نمونه‌گیری متروپلیس-هستینگ) برطرف گردد.

منابع

Afriat, S. N. (1972). Efficiency Estimation of Production Functions. *International Economic Review, 13*(3), 568-598. https://doi.org/10.2307/2525845

Aigner, D. J., & Chu, S.-f. (1968). On Estimating the Industry Production Function. *The American Economic Review, 58*(4), 826-839.

Aigner, D., Lovell, C. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics, 6*(1), 21-37. https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90052-5

Atkinson, S. E., & Cornwell, C. (1994). Parametric Estimation of Technical and Allocative Inefficiency with Panel Data. *International Economic Review, 35*(1), 231-243. https://doi.org/10.2307/2527099

Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1992). Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India. *Journal of Productivity Analysis, 3*(1), 153-169. https://doi.org/10.1007/BF00158774

Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1995). A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data. *Empirical Economics, 20*(1), 325-332. https://doi.org/10.1007/BF01205442

Bauer, P. W. (1990). Recent Developments in the Econometric Estimation of Frontiers. *Journal of Econometrics, 46*(1-2), 39-56. https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90046-V

Brissimis, S. N., Delis, M. D., & Tsionas, E. G. (2010). Technical and Allocative Efficiency in European Banking. *European Journal of Operational Research, 204*(1), 153-163. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.09.034

Chen, Z., Barros, C. P., & Borges, M. R. (2015). A Bayesian Stochastic Frontier Analysis of Chinese Fossil-Fuel Electricity Generation Companies. *Energy Economics, 48*(1), 136-144. https://doi.org/10.1016/j.eneco.2014.12.020

Christensen, L. R., & Greene, W. H. (1976). Economies of Scale in US

Electric Power Generation. *Journal of Political Economy, 84*(4, Part 1), 655-676. https://doi.org/10.1086/260470

Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis:* Springer Science & Business Media.

Debreu, G. (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica: Journal of the Econometric Society, 19*(3), 273-292. https://doi.org/10.2307/1906814

Farrell, M. J. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General), 120*(3), 253-281. https://doi.org/10.2307/2343100

Fernandez, C., Osiewalski, J., & Steel, M. F. (1997). On the Use of Panel Data in Stochastic Frontier Models with Improper Priors. *Journal of Econometrics, 79*(1), 169-193. https://doi.org/10.1016/S0304-4076(97)88050-5

Førsund, F. R., Lovell, C. K., & Schmidt, P. (1980). A Survey of Frontier Production Functions and of Their Relationship to Efficiency Measurement. *Journal of Econometrics, 13*(1), 5-25. https://doi.org/10.1016/0304-4076(80)90040-8

Greene, W. H. (1990). A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model. *Journal of Econometrics, 46*(1-2), 141-163. https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90052-U

Griffiths, W. E., O'Donnell, C. J., & Cruz, A. T. (2000). Imposing Regularity Conditions on a System of Cost and Factor Share Equations. Australian *Journal of Agricultural and Resource Economics, 44*(1), 107-127. https://doi.org/10.1111/1467-8489.00101

Haghiri, M. (2003). *Stochastic Non-Parametric Frontier Analysis in Measuring Technical Efficiency: A Case Study of the North American Dairy Industry.* (Doctor of Philosophy). University of Saskatchewan,

Jondrow, J., Lovell, C. K., Materov, I. S., & Schmidt, P. (1982). On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model. *Journal of Econometrics, 19*(2-3), 233-238. https://doi.org/10.1016/0304-4076(82)90004-5

Judge, G. G., Griffith, W., Hill, C. R., Lütkepohl, H., & Lee, T. (1985). *The Theory and Practice of Econometrics:* Wiley.

Khiabani, N., & Hasani, K. (2010). Technical and Allocative Inefficiencies and Factor Elasticities of Substitution: An Analysis of Energy Waste in Iran's Manufacturing. *Energy Economics, 32*(5), 1182-1190. https://doi.org/10.1016/j.eneco.2010.05.004

Koopmans, T. C. (1951). *An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities.* In Activity Analysis of Production and Allocation, T. C. Koopmans (Ed.), (pp. 33-97): Wiley.

Kumbhakar, S. C. (1997). Modeling Allocative Inefficiency in a Translog Cost Function and Cost Share Equations: an Exact Relationship. *Journal of Econometrics, 76*(1-2), 351-356. https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01796-8

Kumbhakar, S. C., & Tsionas, E. G. (2005). Measuring Technical and Allocative Inefficiency in the Translog Cost System: A Bayesian Approach. *Journal of Econometrics, 126*(2), 355-384. https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2004.05.006

Kumbhakar, S. C., & Tsionas, M. G. (2021). Estimation of Costs of Technical and Allocative Inefficiency. *Journal of Productivity Analysis, 55*(1), 41-46. https://doi.org/10.1007/s11123-020-00596-4

Kumbhakar, S., & Lovell, K. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*: Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139174411

Kutlu, L., & McCarthy, P. (2016). US Airport Ownership, Efficiency, and Heterogeneity. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 89*(1), 117-132. https://doi.org/10.1016/j.tre.2016.03.003

Lau, L. J., & Yotopoulos, P. A. (1971). A Test for Relative Efficiency and Application to Indian Agriculture. *The American Economic Review, 61*(1), 94-109.

Martín, J. C., & Voltes-Dorta, A. (2011). The Econometric Estimation of Airports' Cost Function. *Transportation Research Part B: Methodological, 45*(1), 112-127. https://doi.org/10.1016/j.trb.2010.05.001

Meeusen, W., & van Den Broeck, J. (1977). Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error. *International Economic Review, 18*(2), 435-444. https://doi.org/10.2307/2525757

Morana, C. (2007). Factor Demand Modelling: The Theory and the Practice. *International Centre for Economic Research, Working Paper No*. 9/2007.

O'Donnell, C. J., & Coelli, T. J. (2005). A Bayesian Approach to Imposing Curvature on Distance Functions. *Journal of Econometrics, 126*(2), 493-523. https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2004.05.011

Pitt, M. M., & Lee, L.-F. (1981). The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry. *Journal of Development Economics, 9*(1), 43-64. https://doi.org/10.1016/0304-3878(81)90004-3

Richmond, J. (1974). Estimating the Efficiency of Production. *International Economic Review, 15*(2), 515-521. https://doi.org/10.2307/2525875

Schmidt, P., & Lovell, C. K. (1979). Estimating Technical and Allocative Inefficiency Relative to Stochastic Production and Cost Frontiers. *Journal of Econometrics, 9*(3), 343-366. https://doi.org/10.1016/0304-4076(79)90078-2

Schmidt, P., & Sickles, R. C. (1984). Production Frontiers and Panel Data. *Journal of Business & Economic Statistics, 2*(4), 367-374. https://doi.org/10.1080/07350015.1984.10509410

Stevenson, R. E. (1980). Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation. *Journal of Econometrics, 13*(1), 57-66. https://doi.org/10.1016/0304-4076(80)90042-1

Terrell, D. (1996). Incorporating Monotonicity and Concavity Conditions in Flexible Functional Forms. *Journal of Applied Econometrics, 11*(2), 179-194. https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1255(199603)11:2<179::AID-JAE389>3.0.CO;2-G

Winsten, C. (1957). Discussion on Mr. Farrell's Paper. *Journal of the Royal Statistical Society, 120*(3), 282-284. https://doi.org/10.2307/2343114

نحوه ارجاع به مقاله:

خیابانی، ناصر، و زمردی انباجی، مهدیه (۱۴۰۲). مروری بر مدلسازی اندازه‌گیری ناکارایی. *نشریه برنامه‌ریزی و بودجه*، ۲۸(۱)، ۳۰-۳.

Khiabani, N., & Zomorrodi, M. (2023). A Review of Measuring Inefficiency Models. *Planning and Budgeting*, *28*(1). 3-30.
DOI: https://doi.org/10.52547/jpbud.28.1.3

Copyrights:
Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Planning and Budgeting. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://Creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.