

A Review of International Risk Sharing and Interest Rate parity

Seyed Ahmadreza Jalali-Naini¹ | a.jalali@imps.ac.ir
Ehsan SharifMoghaddam² | ehsan.sharifmoghadam@gmail.com

Received: 19/Jun/2026 | Accepted: 06/Aug/2026

Abstract This review examines the theoretical foundations and empirical limitations of two fundamental benchmark assumptions in international macroeconomics: complete international financial markets and uncovered interest parity (UIP), with particular reference to the New Keynesian Small Open Economy (NK-SOE) framework. Under complete markets, international asset trade implies a strong risk-sharing condition linking domestic consumption to world consumption and the real exchange rate. Similarly, household portfolio choice between domestic and foreign bonds yields the UIP condition, according to which interest-rate differentials are related to expected movements in the nominal exchange rate. Although these conditions provide tractable and micro-founded benchmarks, extensive empirical evidence has challenged their ability to account for observed international macroeconomic dynamics. Full risk sharing is contradicted by the Backus–Smith puzzle, while systematic deviations from UIP are captured by the forward premium puzzle. This review traces the theoretical and empirical evolution of the literature in response to these anomalies, examining extensions based on incomplete financial markets, financial frictions, departures from standard rational-expectations assumptions, time-varying risk premia, and pricing-to-market behavior. By organizing these approaches around the mechanisms proposed to explain the two empirical puzzles, the review highlights how successive extensions modify the benchmark NK-SOE framework to better account for observed patterns in international consumption, asset returns, and exchange-rate dynamics.

Keywords: Complete Market, International Risk Sharing, Uncovered Interest Rate Parity, Risk Premium, Terms of Trade, New-Keynesian Open Small Economy.

JEL Classification: E44, F31, F41.

1. Professor, Department of Economics, Institute for Management and Planning Studies, Tehran, Iran.
2. Ph.D. Student in Economics, Institute for Management and Planning Studies, Tehran, Iran, (Corresponding Author).

مقدمه

بر اساس مباحث پایه‌ای رفتار عاملان اقتصادی می‌دانیم که با تابع مطلوبیت مقعر^۱ و قید بودجه محدب^۲ لازمه پیشینه کردن مطلوبیت بین‌زمانی^۳، هموارسازی مصرف بین‌زمانی است چرا که فرد ریسک‌گریز نسبت به نوسانات مصرف حساس است. در یک اقتصاد بسته تکانه‌های مختص به آن اقتصاد^۴ باعث نوسانات تولید و مصرف می‌شود ولی امکان متنوع ساختن دارایی‌ها در چارچوب اقتصاد بسته محدود است. با توسعه بازارهای مالی بین‌المللی خانوارها می‌توانند جریان مصرف خود را در مقابل تکانه‌های خاص کشوری بیمه کنند. بر اساس نظریه تسهیم بین‌المللی ریسک یکی از فواید بازارهای مالی جهانی امکان یافتن کاهش نوسانات یا ریسک مصرف است. این امکان برای کشورهایی که در معرض نوسانات رابطه مبادله هستند قابل توجه است. بسیاری از کشورهای در حال توسعه که متکی به تولید و صادرات کالاهای خام هستند در معرض خطر نوسان بالایی در درآمد حقیقی هستند؛ زیرا قیمت این دسته از کالاها بسیار بی‌ثبات و بعضاً غیرقابل پیش‌بینی است. واکنش‌های تولید و درآمد ملی در این کشورها به نوسانات قیمت کالاهای خام، هم‌چرخه است؛ اصابت تکانه منفی رابطه مبادله باعث رکود اقتصادی می‌شود و بالعکس. **برکا، کروچینی و وانگ**^۵ (۲۰۱۲) با استفاده از یک مجموعه داده گسترده چند کشوری این مطلب را به‌طور تجربی نشان می‌دهند.

یک سنجه برای تسهیم ریسک، میزان هماهنگی نرخ مصرف ملی میان کشورها است. در الگوهای ساده نظری بازارهای مالی بین‌المللی، تسهیم کارآمد ریسک به این اشاره دارد که رشد مصرف در یک کشور معین، رشد مصرف جهانی را به‌طور دقیق دنبال می‌کند. با بازارهای مالی یکپارچه، نه‌فقط رشد مصرف میان کشورها باید همبستگی بالایی داشته باشد بلکه همبستگی بسیار بیش‌تری در مقایسه با رشد تولید نیز داشته باشد؛ اما، علی‌رغم آزادسازی بازارهای مالی در جهان و رشد قوی جریان‌های سرمایه بین‌المللی در چند دهه گذشته، این پیش‌بینی نظری با شواهد تجربی در تضاد است.^۶ از نظر تجربی، مصرف ملی به‌طور دقیق تولید ملی را دنبال می‌کند، درحالی‌که همبستگی مصرف بین کشورها عموماً کم‌تر از همبستگی تولید بین کشورها است.

سرمایه‌گذاران جهانی از تنوع‌بخشی بین‌المللی به سبب دارایی‌ها بهره‌مند می‌شوند؛ زیرا می‌توانند

1. Concave Utility Function
2. Convex Budget Constraint
3. Intertemporal Utility
4. Idiosyncratic or Country Specific Shocks
5. Berka, Crucini and Wang
6. Consumption Correlation Puzzle

ضمن کاهش ریسک کل سبد خود، از ظرفیت‌های سودآوری بیش‌تری نیز برخوردار گردند. سرمایه‌گذاری در سطح جهانی، نرخ‌های ارز را به‌عنوان منبعی جدید برای ریسک و درعین‌حال فرصتی مضاعف برای سرمایه‌گذاری مطرح می‌سازد؛ از این‌رو، بازارهای ارز بُعد تازه‌ای به تعادل‌های قیمت‌گذاری دارایی‌ها می‌افزایند (فرنچ و پوتربا، ۱۹۹۱).

رابطه برابری بهره بدون پوشش^۱، یک شرط کلیدی تعادلی در نظریه اقتصاد کلان و مالیه بین‌الملل است و ریشه در تمایل افراد به تسهیم ریسک بین‌الملل دارد. این رابطه تفاوت نرخ بهره اسمی کشورها را به رشد انتظاری نرخ ارز مرتبط می‌کند. این رابطه یکی از پرکاربردترین مؤلفه در الگوهای «اقتصاد کوچک و باز»^۲ است که برای تحلیل سیاست‌های پولی به‌کار می‌روند که بر پایه فرض آربیتراژ استوار است. این رابطه پیش‌بینی می‌کند که نرخ‌های ارز اسمی به تغییرات نرخ‌های بهره اسمی (اعم از داخلی و خارجی) واکنش نشان می‌دهند. در شرایط برابری نرخ بهره بدون پوشش، تفاوت بازده‌ها از پیش مشخص است؛ زیرا معمولاً بر مبنای اوراق قرضه کوتاه‌مدت بدون ریسک محاسبه می‌شوند. نرخ‌های بهره بالاتر در داخل (یا خارج) موجب ورود (یا خروج) سرمایه می‌شود و این جریان تقاضا برای پول داخلی (ارز خارجی) را به همراه دارد و در نتیجه، منجر به افزایش (یا کاهش) ارزش اسمی آن ارز می‌شود. در نسخه‌های پایه‌ای این رابطه ریسک تغییرات نرخ ارز دیده نشده است. شرط تعادل در این رابطه چنین تفسیری دارد که نرخ ارز در اقتصادی با نرخ بهره بالاتر در مقایسه با نرخ ارز کشوری با نرخ بهره پایین‌تر، کاهش می‌یابد. رابطه نرخ بهره بدون پوشش بر نرخ‌های نقد (اسپات) مورد انتظار در آینده و بدون استفاده از پوشش ریسک استوار است و در عمل، اغلب نقض می‌شود. در مقابل این رابطه، رابطه برابری بهره با پوشش^۳ قرار دارد که سرمایه‌گذاران از قراردادهای سلف و آتی ارزی استفاده کرده و خود را در برابر ریسک نرخ ارز مصون می‌دارند. علی‌رغم اینکه رابطه برابری بهره بدون پوشش نقش مهمی در نظریه ایفا می‌کند ولی در آزمون‌های تجربی عملکرد ضعیفی دارد که این مسئله موجب انجام مطالعات تجربی بسیار زیادی در این حوزه برای تعدیل این رابطه و سازگار کردن آن با مشاهدات دنیای واقعی انجام شده است. مقاله حاضر مروری بر ادبیات موضوع است و به بررسی بنیان‌های نظری تسهیم ریسک و استخراج رابطه برابری نرخ بهره می‌پردازد. در ادامه، با استناد به یافته‌های تجربی، دلایل ضعف شواهد در تأیید این رابطه و عوامل انحراف از آن بررسی می‌شود.

1. Uncovered Interest Parity (UIP)
2. Small Open Economy
3. Covered Interest Parity (CIP)

الگوی بازار کامل^۱

در ابتدا از یک الگوی پایه با بازار کامل، بدون هیچ سایشی^۲ و امکان معامله اسناد مالی میان افراد در کشورهای مختلف و تسهیم ریسک، برای به دست آوردن رابطه بین مصرف کشورها با نرخ ارز و با مجموعه‌ای فرض‌ها شروع می‌کنیم. از جمله این فرض‌ها عبارت‌اند از: عدم هزینه مبادله، انعطاف‌پذیری قیمت‌ها، قانون قیمت واحد، تحرک کامل سرمایه، وجود تقارن اطلاعاتی، وجود ترجیحات یکسان بین کشورها، وجود الزام اجرای کامل قراردادها و یک مجموعه کامل از اوراق (انتزاعی) آرو-دوبرو^۳ برای همه حالت‌های ممکن^۴ (مکان، زمان و ناطمینانی) به منظور پوشش کامل ریسک^۵ در نظر گرفته شده است. اصطلاحاً با برقراری این فرض‌ها گفته می‌شود بازار دارایی کامل است، به این معنا که هیچ‌گونه سایشی در بازار دارایی نیست و امکان پوشش کامل ریسک در هر حالت وجود دارد. مجموعه این فرض‌ها پس از حل الگوی پایه به این نتیجه منجر می‌شوند که در حالت تعادل باید رشد مطلوبیت حاشیه‌ای کشورها در هر حالت برابر باشند؛ زیرا اگر این شرط برقرار نباشد فرصت تجارت سودمند در بازار دارایی برای دو کشور پیش می‌آید. کشوری که مصرف کم‌تری دارد نسبت به کشوری سطح مصرف بالاتری دارد دارای مطلوبیت حاشیه‌ای بالاتر خواهد بود؛ بنابراین انگیزه نوشتن قراردادی با طرف مقابل دارد به گونه‌ای که بخشی از مصرف را از طرف مقابل دریافت کرده و در مقابل متعهد به بازپرداخت آن به کشور مقابل در زمانی که دارای مطلوبیت حاشیه‌ای بالاتری است شود. چون بازارها کامل فرض شده‌اند امکان بستن چنین قراردادی وجود دارد و طبق اصل آربیتراژ تا زمانی که امکان نفع بردن طرفین وجود دارد و مطلوبیت حاشیه‌ای یکسان شود ادامه پیدا می‌کند. یک اقتصاد موهبتی^۶ را با دو دوره زمانی در نظر بگیرید:

$t = 0$ دوره امروز که وضعیت عدم قطعیت برقرار است و مشخص نیست فردا کدام حالت رخ خواهد داد.^۷ همچنین $t = 1$ دوره فردا که مشخص شده است کدام حالت محقق شده است.^۸ یک مجموعه با تعداد عضو محدود تعریف می‌کنیم که کل حالات ممکن که در دوره $t = 1$ ممکن است

1. Complete Assets Market
2. Friction
3. Arrow-Debreu Securities
4. All States of the World
5. Perfect Risk Sharing
6. Endowment Economy
7. Ex Ante
8. Ex Post

رخ دهد را نشان می‌دهد و احتمال هر رخداد برابر π_s است:

$$\sum_{s=1}^S \pi_s = 1 \quad \pi_s > 0 \quad s = 1, 2, \dots, S$$

تعداد I عامل اقتصادی وجود دارند که هر کدام دارای موهبت اولیه هستند:

e_0^i موهبت اولیه عامل i در زمان $t = 0$ و e_s^i موهبت اولیه این عامل در زمان $t = 1$ است، اگر حالت s رخ دهد. تابع مطلوبیت انتظاری را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$U^i = u^i(c_0^i) + \beta \sum_{s=1}^S \pi_s u^i(c_s^i) \quad (1)$$

c_0^i مصرف دوره صفر است و c_s^i مصرف دوره یک در وضعیت s است. نرخ تنزیل ذهنی، β برای سادگی برای همه کشورها یکسان فرض شده است. تابع مطلوبیت برنولی اکیداً صعودی، اکیداً مقعر و دو بار مشتق‌پذیر است و برای سادگی ترجیحات یکسان فرض می‌شود: $u^i = u$.

چون بازارها کامل فرض می‌شود بنابراین یک مجموعه کامل از اوراق آرو-دوبرو برای هر حالت وجود دارد که اگر و تنها اگر حالت s رخ بدهد یک واحد از کالای مصرفی را پرداخت می‌کند و در غیراین صورت هیچ چیزی پرداخت نمی‌کند. q_s قیمت ورقه برای حالت s در زمان $t = 0$ است که براساس تعداد واحد کالای مصرفی است. $c_0^i > 0$ میزان مصرف امروز است. برای هر حالت، a_s^i تعداد ورقه آرو-دوبرو است که در زمان صفر خریداری شده است. در زمان $t = 0$ بخشی از ثروت اولیه مصرف شده و بخشی دیگر صرف خرید اوراق آرو-دوبرو می‌شود؛ بنابراین قید بودجه به‌صورت زیر است:

$$c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s a_s^i = e_0^i \quad (2)$$

در دوره $t = 1$ که وضعیت مشخص شده است، دارایی e_s^i به اضافه منفعت ناشی از نگهداری اوراق دریافت می‌شود.

$$c_s^i = a_s^i + e_s^i \quad (3)$$

با جایگذاری a_s^i در معادله بودجه، قید بودجه بین دوره‌های به‌دست می‌آید:

$$W^i \equiv c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s c_s^i = e_0^i + \sum_{s=1}^S q_s e_s^i \quad (4)$$

برای حل مسئله بهینه‌سازی و به‌دست آوردن شرایط مرتبه اول تابع لاگرانژین را تشکیل می‌دهیم:

$$\mathcal{L} = u(c_0^i) + \beta \sum_{s=1}^S \pi_s u(c_s^i) - \lambda^i \left(c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s c_s^i - W^i \right) \quad (5)$$

$$u'(c_0^i) - \lambda^i = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda^i = u'(c_0^i) \quad \text{مشتق نسبت به } c_0^i$$

$$\beta \pi_s u'(c_s^i) - \lambda^i q_s = 0 \quad \text{مشتق نسبت به } c_s^i$$

با جایگذاری λ^i به رابطه زیر می‌رسیم:

$$q_s = \beta \pi_s \frac{u'(c_s^i)}{u'(c_0^i)} \quad (۶)$$

براساس رابطه (۶) ارزش یک ورقه آرو-دوبرو حالت s برابر با تنزیل شده مقدار انتظاری رشد مطلوبیت نهایی است. دو عامل تعیین‌کننده قیمت هستند. اولی مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف و دومی احتمال رخداد وضعیت است. یک وضعیت بد با چشم‌انداز درآمد پایین (مطلوبیت حاشیه‌ای بالا) که احتمال رخداد آن زیاد است، بسیار ارزشمند است. با توجه به برقراری شرط عدم آربیتراژ می‌توان گفت رابطه فوق برای کل عوامل اقتصادی برقرار است، بنابراین:

$$\frac{u'(c_s^j)}{u'(c_0^j)} = \frac{u'(c_s^i)}{u'(c_0^i)} \quad (۷)$$

در یک بازار کامل تعادل در نقطه‌ای است که رشد مطلوبیت حاشیه‌ای برای همه عوامل اقتصادی برابر است. در صورت عدم برقراری رابطه (۷)، فرصت تجارت سودمند وجود دارد؛ بنابراین اوراق معامله می‌شوند تا مجدد تساوی برقرار شود. اگر این الگو را برای حالت اقتصاد باز توسعه دهیم که عوامل بتوانند ریسک را به‌صورت فرامرزی تسهیم کنند (اوراق آرو-دوبرو خارجی خرید و فروش کنند) متغیر نرخ ارز نیز به تصمیم‌گیری افراد ورود پیدا می‌کند. اگر نرخ ارز حقیقی را به شکل $Q = \frac{EP^*}{P}$ تعریف کنیم که در آن E نرخ ارز اسمی، P^* شاخص قیمت سبد خارجی و P شاخص قیمت سبد داخلی است معنی آن، ارزش سبد خارجی به ارزش سبد داخلی خواهد بود؛ مثلاً نرخ ارز حقیقی $1/5$ یعنی قیمت یک واحد مصرف خارجی برابر با $1/5$ واحد مصرف داخلی است. برای اقتصاد باز نسبت مطلوبیت حاشیه‌ای دو کشور متناسب با نرخ ارز حقیقی است. (مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف داخلی = مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف خارجی $\times$ نرخ ارز حقیقی). درواقع نرخ ارز در اینجا صرفاً یک نقش تبدیل‌گر را دارد.

$$\frac{u'(c)}{u'(c^*)} = k. Q \quad (۸)$$

رابطه (۸) تعادلی منوط به امکان معامله اوراق آرو-دوبرو، یا به بیان دیگر تسهیم ریسک بین‌الملل، میان افراد در کشورهای مختلف است. اگر ترجیحات را با تابع مطلوبیت دارای ریسک‌گریزی نسبی ثابت^۱ الگو کنیم رابطه (۸) به این شکل درمی‌آید: $Q = \left(\frac{c^*}{c}\right)^\sigma$. مطابق با این رابطه چنانچه مصرف

داخلی نسبت به مصرف خارجی رشد کند ($\downarrow \left(\frac{C^*}{C}\right)$) این امر با کاهش نرخ ارز حقیقی ($\downarrow Q$) همراه است و ارز داخلی تقویت می‌شود. این امر به معنای پیش‌بینی نظری همبستگی قوی مثبت بین مصرف نسبی و نرخ ارز حقیقی است. اما **باکوس و اسمیت (۱۹۹۳)** با استفاده از داده‌های کشورهای توسعه‌یافته^۱ نشان دادند که وابستگی آنچنان که نظریه پیش‌بینی می‌کند مثبت نیست بلکه منفی و یا نزدیک به صفر است که این مسئله به معمای باکوس-اسمیت^۲ مشهور است. شکست الگو از نظر تجربی به معنای شکست نظری الگو نیست؛ زیرا این الگو همان‌طور که اشاره شد مبتنی بر مجموعه‌ای فروض قوی بنا نهاده شده است و به‌طور کاملاً منطقی به این نتیجه می‌رسد بلکه به معنای کامل نبودن بازار و نیاز به اصلاح فروض است. این معما مطرح می‌کند که بازارهای مالی بین‌المللی به اندازه کافی کامل نیستند تا ریسک خاص کشوری را به‌طور کامل بیمه کنند. این مسئله انگیزه‌ای برای مطالعه بازارهای ناکامل شد و معمای باکوس-اسمیت علی‌رغم تلاش‌های صورت گرفته توسط پژوهشگران علم اقتصاد برای افزودن اصطکاک‌ها به الگو برای نزدیک ساختن آن به دنیای واقعی هنوز به‌طور کامل حل نشده است. اقتصاددانان برای توضیح این معما به سه دسته عوامل اسمی^۳، اصطکاک‌های حقیقی^۴ و ساختار بازار^۵ اشاره کرده‌اند. **هس و شین^۶ (۲۰۱۰)** برای حل معما به نوسانات نرخ ارز اسمی اشاره کردند. آن‌ها نوسانات نرخ ارز حقیقی را به دو بخش تغییرات نرخ ارز اسمی و تفاوت تورم دو کشور تقسیم کردند. آن‌ها نشان دادند که بخش نوسانات نرخ ارز اسمی است که توضیح‌دهنده این معما است. به عبارتی نرخ ارز اسمی رفتار ضدچرخه‌ای با مصرف دارد. درحالی‌که بخش نشان‌دهنده تفاوت تورم مطابق با نظریه رفتار می‌کند. این یافته نشان می‌دهد که علت اصلی این معما را نباید در بازار کالاها جست‌وجو کرد بلکه عامل اصلی در بازارهای مالی و ارز است. درواقع نوسانات نرخ ارز اسمی این معما را در داده‌ها ایجاد کرده است. باکوس و اسمیت پیشنهاد دادند شمول کالاهای غیرقابل مبادله^۷ الگو را واقعی‌تر و وابستگی نرخ ارز و مصرف نسبی را تا حدی کاهش داده داده؛ بنابراین این معما را تا حدودی توضیح می‌دهد. وجود کالاهای غیرقابل مبادله حتی با فرض کامل بودن بازارها مانع هموارسازی کامل مصرف بین دو کشور شده و تا اندازه‌ای همبستگی پایین

1. OECD
2. Backus and Smith Puzzle
3. Nominal Factors
4. Real Frictions
5. Market Structure
6. Hess and Shin
7. Non Traded Goods

مصرف بین دو کشور را توضیح می‌دهد. آدامز و بارت^۱ (۲۰۱۷) به جای فرض کامل بودن بازارها، یک بازار ناکامل که در آن کشورها یک پرتفو متنوع از دارایی‌ها را انتخاب کردند در نظر گرفتند و نشان دادند که افزودن اوراق قرضه کشورهای مختلف در سبد دارایی، ضریب همبستگی‌ای تولید می‌کند که با داده‌های دنیای واقعی سازگار است. وانگ^۲ (۲۰۱۴) و کوسیبا و راما نارایانان^۳ (۲۰۱۹) با در نظر گرفتن مشارکت محدود^۴ در بازار دارایی و افزودن خانوارهایی که اصطلاحاً غیرریکاردویی^۵ هستند و دسترسی کامل به بازارهای مالی ندارند به توضیح این پدیده پرداختند. در این الگو خانوارها به دو گروه فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند و هر خانوار با یک هزینه ناهمگون ثابت برای ورود به بازار مالی مواجه است. خانوار فعال که هزینه را می‌پردازد می‌تواند وارد بازار شده و ریسک را به‌طور بین‌المللی تسهیم کند. در این حالت مصرف کل نسبت به مصرف خانوار فعال تسهیم ریسک کم‌تری را نشان می‌دهد. گروه دیگری از اقتصاددانان با در نظر گرفتن تابع مطلوبیت جدایی‌ناپذیر^۶ که در آن مطلوبیت مصرف تحت تأثیر عواملی مثل فراغت هستند الگو استاندارد را تغییر دادند. در این حالت شوک‌ها می‌توانند از طریق بازار کار نیز انتشار یافته و بر مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف اثر گذاشته و توضیحی برای این معما فراهم آورند. آن‌ها اصطکاک مالی را که توان قرض‌گیری بنگاه را محدود می‌کند وارد الگو کردند و نشان دادند وقتی یک شوک مثبت مالی اتفاق می‌افتد تقاضای بنگاه برای نیروی کار بیش‌تر شده و افزایش ساعات کاری بر روی مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف اثر می‌گذارد که منجر به کاهش ضریب وابستگی مصرف با نرخ ارز حقیقی می‌شود. یکی دیگر از روش‌های استفاده شده برای توضیح معمای باکوس- اسمیت استفاده از الگوهایی است که مبتنی بر شکل‌گیری عادات^۷ مصرف‌کننده هستند. در الگوهایی که مبتنی بر ترجیحات استاندارد هستند مطلوبیت فقط تابع مصرف دوره جاری است. درحالی‌که در این الگوها مطلوبیت تابع نسبت مصرف جاری نسبت به یک سطح مصرف که معمولاً میانگین مصرف ادوار گذشته است بستگی دارد. افزودن عادت به الگو باعث می‌شود که مصرف‌کننده نسبت به کاهش مصرف هنگامی که سطح مصرف نسبت به میزان عادت پایین است، ریسک‌گریزتر باشد. این مسئله مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف را نسبت به شوک‌ها حساس‌تر می‌کند و

1. Adams and Barret

2. Wang

3. Cociuba and Ramanarayanan

4. Limited Participation

5. Non-Ricardian Agents or Hand-to-mouth

6. Non-Separable Utility Function

7. Habit Formation

باعث نوسانی تر شدن نرخ ارز شده و می تواند توضیحی برای ضریب همبستگی منفی بدهد.

اپستین و زین^۱ (۱۹۹۱) با استفاده از روش ترجیحات بازگشتی^۲ سعی در توضیح معمای باکوس-اسمیت کردند. تابع مطلوبیت بین دوره های استاندارد به کار رفته در الگوها به شکل جمعی^۳ است که در آن کشش جانشینی بین دوره های^۴ معکوس ضریب ریسک گریزی است؛ اما در روش ترجیحات بازگشتی ضریب ریسک گریزی و کشش جانشینی بین دوره های از یکدیگر تفکیک شده اند. ترجیحات بازگشتی اجازه می دهد الگو درجه ریسک گریزی بالاتری داشته باشد (برای تولید صرفه ریسک بالاتر) و همزمان کشش جانشینی بین دوره های را در حدی معقول به طوری که با رشد مصرف همخوانی داشته باشد نگه می دارد. انجام این اصطلاحات در تابع ترجیحات، افزایش ریسک گریزی مؤثر و جداسازی ریسک گریزی از کشش جانشینی بین دوره های (ترجیحات بازگشتی)، باعث نزدیکی الگو به دیتا می شوند بدون اینکه مصرف را بیش از حد هموار سازند و توضیحی برای معمای باکوس-اسمیت می دهند. شوک های خبری و شکل گیری تصمیمات اقتصادی بر مبنای انتظارات حاصل از آنها، اشاره به شوک های سمت تقاضا که می توانند همزمان تولید، مصرف و نرخ ارز را تغییر دهند و خطاهای اندازه گیری و مسائل آماری از جمله عواملی هستند که اقتصاددان ها سعی کرده اند با افزودن به الگو استاندارد به سمت دنیای واقعی تر که در آن تسهیم ریسک کامل اتفاق نمی افتد حرکت کنند. در یک دنیای با فرض بازار کامل که قانون قیمت واحد نیز برقرار است نرخ تنزیل تصادفی^۵ برای کشور داخلی و خارجی برابر می شود (عدم آربیتراژ). نرخ تنزیل تصادفی نشان دهنده ارزش فعلی یک واحد مصرف آتی است؛ بنابراین رابطه (۹) برقرار است:

$$M_{t+1} = M_{t+1}^* \cdot \frac{Q_t}{Q_{t+1}} \quad (9)$$

مطابق با رابطه (۹) مصرف کننده بین اینکه یک واحد پول داخلی را در دوره t در اوراق داخلی کشور خودش سرمایه گذاری کند یا یک واحد پول داخلی با نرخ ارز دوره t را تبدیل به ارز خارجی کند ($\frac{1}{S_t}$) و سپس در دوره $t + 1$ با نرخ S_{t+1} تبدیل به ارز خارجی کند بی تفاوت خواهد بود چرا که منافع حاصل یکسان است.

برای خانوار نمونه با ترجیحات جدایی پذیر نرخ تنزیل تصادفی برای خانوار داخلی و خارجی به صورت زیر است:

1. Epstein and Zin
2. Recursive Preference
3. Additive Time Separable
4. Elasticity of Intertemporal Substitution
5. Stochastic Discount Factor

$$M_{t+1} = \beta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}, \quad M_{t+1}^* = \beta \frac{u'(C_{t+1}^*)}{u'(C_t^*)} \quad (10)$$

با تقسیم دو رابطه (۹) و (۱۰) به رابطه (۱۱) می‌رسیم:

$$\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_{t+1}^*)} = \frac{u'(C_t)}{u'(C_t^*)} \cdot \frac{Q_t}{Q_{t+1}} \quad (11)$$

از معادله بالا انتظارات شرطی بر اساس اطلاعات تا زمان t می‌گیریم:

$$E_t \left[\frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_{t+1}^*)} \middle| \Omega_t \right] = \frac{u'(C_t)}{u'(C_t^*)} \cdot Q_t \cdot E_t \left[\frac{1}{Q_{t+1}} \right] \quad (12)$$

معادله (۱۲) از یک فرایند مارتینگل^۱ پیروی می‌کند به این معنا که مقدار انتظاری آن برای دوره بعد برابر با مقدار فعلی است. همه اطلاعات در آخرین مشاهده خلاصه شده است.

$$E[X_{n+1} | X_1, X_2, \dots, X_n] = X_n$$

بنابراین:

$$\frac{u'(C_t)}{u'(C_t^*)} \cdot Q_t = \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_{t+1}^*)} \cdot Q_{t+1} = \text{constant for all } t \text{ and all states.} \quad (13)$$

معادله (۱۳) خروجی فرض بازار کامل است که نشان می‌دهد مصرف کشورها هم حرکتی دارد. در ادامه به بررسی بیش‌تر برخی از روش‌های توضیح معمای باکوس-اسمیت پرداخته شده است.

حالت اول: بازار ناکامل با اوراق بدون ریسک

در یک دنیای بدون اوراق آرو-دوبرو امکان پوشش کامل ریسک فردی وجود ندارد. باید در نظر داشت که هرچند اوراق بدون ریسک فارغ از اینکه چه حالتی (خوب یا بد) رخ بدهد پرداخت ثابت دارند؛ اما این مسئله کمکی به کاهش نوسانات مصرف برای فرد ریسک‌گریز در بین حالت‌ها نمی‌کند. چون اوراق آزادانه مبادله می‌شود؛ بنابراین برای خانوار داخلی و خارجی یک نرخ بهره حقیقی $r_t = r_t^*$ وجود دارد (اصل عدم آربیتراژ و فرض تحرک کامل سرمایه^۲). در این حالت معادلات اولر برای خانوار داخلی و خارجی به صورت زیر است:

$$u'(C_t) = \beta(1 + r_t)E_t[u'(C_{t+1})] \quad (14)$$

$$u'(C_t^*) = \beta(1 + r_t^*)E_t[u'(C_{t+1}^*)] \quad (15)$$

1. Martingale Process
2. Perfect Capital Mobility

با تقسیم معادلات اولر به رابطه (۱۶) می‌رسیم که بر خلاف رابطه قبلی در آن نرخ ارز موجود نیست و نسبت مصرف فعلی به نسبت مطلوبیت حاشیه‌ای انتظاری بستگی دارد. در این حالت برخلاف حالت قبلی در معادله اولر نرخ ارز نداریم و نرخ ارز توسط رابطه دیگری تعیین می‌شود.

$$\frac{u'(C_t)}{u(C_t^*)} = \frac{E_t[u'(C_{t+1})]}{E_t[u'(C_{t+1}^*)]} \quad (۱۶)$$

در این حالت نرخ ارز از رابطه برابری بهره بدون پوشش به دست می‌آید:

$$Q_t = E_t[Q_{t+1}] + \text{risk premium}_t \quad (۱۷)$$

چون ارز یک دارایی ریسکی است؛ بنابراین سرمایه‌گذاران برای نگهداری آن درخواست ریسک پرمیوم می‌کنند که مرتبط با نوسانات نرخ ارز و یا کوواریانس نرخ ارز و مصرف است. در این حالت چون ارتباط مستقیمی بین نرخ ارز حقیقی و مصرف نسبی برقرار نیست؛ بنابراین هر ضریب همبستگی می‌تواند تولید شود و توضیح‌دهنده معمای باکوس- اسمیت شود. در این حالت نرخ ارز بر اساس انتظارات و شوک‌ها حرکت می‌کند و بنابراین نسبت مطلوبیت حاشیه‌ای مصرف با نرخ ارز ارتباطی پیدا نمی‌کند، چون اوراق قرضه برخلاف اوراق آرو-دوبرو فارغ از اینکه در حالت خوب یا بد هستیم همواره یک درآمد ثابت ایجاد می‌کند پیوند نرخ ارز با مصرف قطع می‌شود. در این حالت نرخ ارز کاملاً در بازار مالی تعیین می‌شود نه بازار محصول.

حالت دوم: فرض چسبندگی قیمت‌ها، یک اصطکاک اسمی

در این حالت چسبندگی قیمت‌های داخلی یا خارجی و یا هر دو را داریم که منجر می‌شود نرخ ارز حقیقی به آهستگی تغییر کند. معادله اولر در این حالت برای خانوار داخلی و خارجی به ترتیب مطابق با روابط زیر است:

$$u'(C_t) = \beta(1 + i_t)E_t \left[\frac{u'(C_{t+1})}{\pi_{t+1}} \right] \quad (۱۸)$$

$$u'(C_t^*) = \beta(1 + i_t^*)E_t \left[\frac{u'(C_{t+1}^*)}{\pi_{t+1}^*} \right] \quad (۱۹)$$

در این حالت پس از حل الگو و لگاریتم خطی‌سازی به روابط زیر می‌رسیم:

$$q_t = -\sigma(c_t - c_t^*) + \theta(y_t - y_t^*) + v_t \quad (۲۰)$$

$$q_t = E_t[q_{t+1}] + (i_t - E_t[\pi_{t+1}]) - (i_t^* - E_t[\pi_{t+1}^*]) + (\text{risk premium}) \quad (۲۱)$$

$$q_t = E_t[q_{t+1}] + (r_t - r_t^*) + (\text{risk premium}) \quad (۲۲)$$

در این حالت بخشی از تغییرات را ضریب Θ (درجه چسبندگی قیمت‌ها، در حالتی که قیمت‌ها کاملاً انعطاف‌پذیر هستند برابر با صفر است) و متغیر v_t (شوک سیاست پولی یا نویز نرخ ارز) توضیح می‌دهند؛ بنابراین اثر σ کم‌تر شده و می‌تواند معمای باکوس- اسمیت را توضیح دهد. در این حالت فضا برای سیاست‌گذاری پولی وجود دارد و بر خلاف حالت اوراق قرضه با نرخ بهره حقیقی، نرخ ارز و مصرف از طریق نرخ بهره اسمی پیوند می‌شوند.

حالت سوم: کالاهای غیرقابل مبادله، یک اصطکاک حقیقی

در این حالت کالاهای مصرفی در اقتصاد به دو بخش قابل تجارت و غیرقابل تجارت تقسیم می‌شوند که توسط شاخص دیکسیت-استیگلتز تجميع^۱ می‌شوند.

$$C_t = \left[\omega^{\frac{1}{\varphi}} C_{T,t}^{\frac{\varphi-1}{\varphi}} + (1-\omega)^{\frac{1}{\varphi}} C_{N,t}^{\frac{\varphi-1}{\varphi}} \right]^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \quad (23)$$

همین رابطه برای مصرف خارجی برقرار است.

$$C_t^* = \left[\omega^{\frac{1}{\varphi}} C_{T,t}^{*\frac{\varphi-1}{\varphi}} + (1-\omega)^{\frac{1}{\varphi}} C_{N,t}^{*\frac{\varphi-1}{\varphi}} \right]^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \quad (24)$$

که در آن C_T مصرف کالاهای قابل مبادله، C_N مصرف کالاهای غیرقابل مبادله، φ کشش جانشینی و ω پارامتر مربوط به سهم مخارج بر روی کالاهای قابل مبادله است. در این حالت نرخ ارز حقیقی بعد از حل الگو به صورت رابطه (۲۵) به دست می‌آید:

$$Q_t = \left(\frac{P_{T,t}}{P_{T,t}^*} \right)^{\omega} \left(\frac{P_{N,t}/P_{T,t}}{P_{N,t}^*/P_{T,t}^*} \right)^{1-\omega} \quad (25)$$

با فرض برقراری قانون قیمت واحد برای کالاهای قابل معامله و جایگذاری $P_{T,t} = E_t P_{T,t}^*$ رابطه (۲۶) به دست می‌آید:

$$Q_t = \left(\frac{P_{N,t}/P_{T,t}}{P_{N,t}^*/P_{T,t}^*} \right)^{1-\omega} \quad (26)$$

قیمت نسبی کالاهای غیرقابل مبادله توسط عرضه و تقاضای داخلی تعیین می‌شود و بهره‌وری بخش غیرقابل مبادله بر آن مؤثر است. پس از حل الگو رابطه (۲۷) به دست می‌آید:

$$q_t = -\sigma(c_t - c_t^*) + (1-\omega)(p_{N,t} - p_{T,t} - p_{N,t}^* + p_t^*) \quad (27)$$

قسمت غیرقابل مبادله یک ترم جدید به بخش مصرف نسبی اضافه کرده است که می‌تواند اثر σ را کم کند و توضیح‌دهنده معمای باکوس-اسمیت باشد. پس از بررسی ادبیات موضوع می‌توان به یک فرمول کلی برای ارتباط بین مصرف و نرخ ارز حقیقی در حالت بازار ناکامل اشاره کرد که به صورت رابطه (۲۸) است:

$$q_t = \underbrace{-\sigma(c_t - c_t^*)}_{\text{complete market term}} + \underbrace{\lambda_t}_{\text{risk premium}} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{frictions/shocks}} \quad (28)$$

که در آن λ_t یک صرفه ریسک متغیر با زمان^۱ است که به واریانس شرطی رشد مصرف و خالص موقعیت خارجی وابسته است و ε_t مربوط به شوک‌های اسمی و خطاهای اندازه‌گیری است. در بسیاری از الگوهای بازار ناکامل وقتی نرخ ارز حقیقی را بر روی مصرف نسبی رگرسیون می‌کنند ضریب به‌دست آمده بسیار کم‌تر از σ است؛ بنابراین برای توضیح‌دهندگی نیاز به سایر ترم‌ها است.

استخراج رابطه برابری نرخ بهره از یک الگوی اقتصاد کوچک باز نوکینزی^۲

۱. خانوار

یک خانوار نماینده را در نظر بگیرید که مطلوبیت خود را که تابعی از مصرف و عرضه کار هست حداکثر می‌کند:^۳

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t) \quad (29)$$

متغیر C_t شاخص مصرف مرکب^۴، یک تابع همگن درجه یک است که توسط مصرف داخل و خارج تعیین می‌شود:

$$C_t \equiv [(1 - \alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{Ht}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{Ft}^{\frac{\eta-1}{\eta}}]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (30)$$

استفاده از این تابع باعث سادگی نمایش تابع مطلوبیت شده و از وارد کردن کالای داخلی و خارجی به تابع مطلوبیت که باعث دشواری حل مسئله بهینه‌سازی دینامیک می‌شود جلوگیری می‌کند. درواقع نوشتن تابع به این فرم باعث می‌شود به‌جای حل یک‌باره مسئله بهینه‌سازی، مسئله

1. Time-Varying Risk Premium

2. New Keynesian

۳. روابط از مقاله گالی و موناچلی (۲۰۰۵) و مقاله مارکوس (۲۰۰۶) اقتباس شده‌اند.

4. Composite Consumption Index

حل چند مرحله‌ای که قابل درک‌تر است پیدا کند. به این ترتیب که خانوار اول یک تصمیم بین دوره‌ای بین مصرف و پس‌انداز می‌گیرد و مخارج مصرفی مشخص می‌شود $(P_t * C_t)$ و سپس سهم مصرف داخلی $(P_{Ht} * C_{Ht})$ و مصرف خارجی $(P_{Ft} * C_{Ft})$ تعیین می‌گردد.^۱ وجود توان $\frac{1}{\eta}$ نیز تضمین‌کننده این است که α نشان‌دهنده سهم مصرف خارجی است که این امر کالیبره کردن α از روی داده‌های تجاری را ساده می‌کند.

پارامتر α میزان باز بودن اقتصاد^۲ را نشان می‌دهد $(\alpha = \frac{P_{Ft} * C_{Ft}}{P_{Ft} * C_{Ft} + P_{Ht} * C_{Ht}})$. بنابراین $1 - \alpha$ میزان تمایل به مصرف داخلی^۳ را نشان می‌دهد. هر چقدر α به یک نزدیک‌تر باشد، اقتصاد بازتر است و حالت $\alpha = 0$ یک اقتصاد کاملاً بسته است. پارامتر η میزان جانشین‌پذیری کالای داخلی و خارجی از دیدگاه مصرف‌کننده داخلی است $(\eta = \frac{d \ln(C_H/C_F)}{d \ln(P_F/P_H)})$. یکی دیگر از خواص این تابع تجمع‌کننده داشتن کشش جانشینی ثابت در همه سطوح مصرف است و برخلاف سایر توابع مانند کاب-داگلاس که یک کشش ثابت $\eta = 1$ را بر الگو تحمیل می‌کند که باعث می‌شود نسبت مخارج همواره ثابت و مستقل از قیمت‌های نسبی باشد، می‌تواند رفتار جانشین‌سازی را بر حسب دیتای دنیای واقعی الگوسازی کند (جانشینی ناقص). به عنوان مثال اگر با حالت جانشین کامل الگوسازی کنیم $\eta = \infty$ با یک افزایش کوچک در قیمت نسبی کالای داخلی به خارجی مصرف کاملاً به سمت کالای خارجی شیفت پیدا می‌کند (جواب گوشه‌ای) که با رفتار مصرفی دنیای واقعی همخوانی ندارد.

C_{Ht} شاخص مصرف کالاهای داخلی است که توسط تابع CES زیر نمایش داده می‌شود. پارامتر ε کشش جانشینی بین کالاهای مختلف تولید شده داخلی است.

$$C_{Ht} = \left(\int_0^1 C_{Ht}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (31)$$

C_{Ft} شاخص کالاهای وارداتی است که توسط تابع CES نمایش داده شده است. پارامتر γ کشش جانشینی بین کشورهای است^۴ که از آن‌ها کالا وارد می‌شود.

$$C_{Ft} = \left(\int_0^1 C_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} di \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (32)$$

در رابطه (۳۲) C_{it} شاخص مرکب از z کالای مختلف است که از کشور i وارد می‌شوند و با تابع CES زیر نمایش داده می‌شود.

1. Two-Stage Budgeting
2. Degree of Openness
3. Home Bias
4. Armington Elasticity

$$C_{it} = \left(\int_0^1 C_{it}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (33)$$

مطلوبیت خانوار با توجه به قید بودجه زیر حداکثر می‌شود:

$$\int_0^1 P_{Ht}(j) C_{Ht}(j) dj + \int_0^1 \int_0^1 P_{it}(j) C_{it}(j) dj di + E_t Q_{t,t+1} D_{t+1} \leq D_t + W_t N_t + T_t \quad (34)$$

قیمت داخلی کالای j برابر با $P_{Ht}(j)$ است درحالی که قیمت کالای وارداتی از کشور i برابر با $P_{it}(j)$ است. عبارت اول سمت چپ کل مخارج انجام شده برای کالای داخلی و عبارت دوم کل مخارج انجام شده برای کالای خارجی است. D_{t+1} بازده اسمی دوره $t+1$ است که از نگهداری پرتفو در انتهای دوره t به دست آمده است. $Q_{t,t+1}$ نرخ تنزیل تصادفی است.

پس از حل مسئله بهینه‌سازی شاخص‌های کل قیمتی^۱ و سبدهای بهینه مصرفی به دست می‌آیند. این مسئله بهینه‌سازی یک مسئله چهار لایه است. لایه اول شامل حداقل‌سازی مخارج بر روی کالاهایی است که از کشور i وارد می‌شوند:

$$\min \int_0^1 P_{it}(j) C_{it}(j) dj \quad s.t. \quad C_{it} = \left(\int_0^1 C_{it}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (35)$$

تشکیل لاگرانژین مسئله و مشتق‌گیری نسبت به $C_{it}(j)$:

$$\mathcal{L} = \int_0^1 P_{it}(j) C_{it}(j) dj + \lambda_{it} \left[C_{it} - \left(\int_0^1 C_{it}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \right] \quad (36)$$

$$F.O.C \quad P_{it}(j) = \lambda_{it} C_{it}^{\frac{1}{\varepsilon}} C_{it}^{-\frac{1}{\varepsilon}}(j)$$

شرط مرتبه اول را بر حسب $C_{it}(j)$ حل می‌کنیم:

$$C_{it}(j) = \left(\frac{\lambda_{it}}{P_{it}(j)} \right)^{\varepsilon} C_{it} \quad (37)$$

رابطه (۳۷) را در قید مسئله قرار می‌دهیم تا ضریب لاگرانژ به دست آید:

$$\lambda_{it} = \left[\int_0^1 P_{it}(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (38)$$

ضریب لاگرانژ ارزش سایه‌ای قید مسئله را نشان می‌دهد. به عبارتی برای یک واحد مصرف بیش‌تر

حداقل هزینه مورد نیاز به میزان λ_{it} افزایش می‌یابد؛ بنابراین ضریب برابر با شاخص قیمتی است:
 $\lambda_{it} = P_{it}$ که با جایگذاری در شرط مرتبه اول تابع تقاضا به دست می‌آید:

$$C_{it}(j) = \left(\frac{P_{it}}{P_{it}(j)} \right)^{\varepsilon} C_{it} \quad (39)$$

با ضرب طرفین در رابطه تقاضا در $P_{it}(j)$ و انتگرال‌گیری به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\int_0^1 P_{it}(j) C_{it}(j) dj = P_{it} C_{it} \quad (40)$$

برای کالاهای تولید داخل (H) به‌طور مشابه تابع تقاضا، شاخص قیمت داخلی و مخارج کل بر روی کالاهای تولید داخل به ترتیب زیر هستند:

$$C_{Ht}(j) = \left[\frac{P_{Ht}(j)}{P_{Ht}} \right]^{-\varepsilon} C_{Ht} \quad (41)$$

$$P_{Ht} = \left(\int_0^1 P_{Ht}(j)^{1-\varepsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (42)$$

$$\int_0^1 P_{Ht}(j) C_{Ht}(j) dj = P_{Ht} C_{Ht} \quad (43)$$

لایه دوم حل مسئله حداقل‌سازی مخارج بین کشوری به ازای یک حجم مشخص واردات است:

$$\min \int_0^1 P_{it} C_{it} di \quad s.t. \quad C_{Ft} = \left(\int_0^1 C_{it}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} di \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

مشابه حالت قبل تابع تقاضای خارجی (F)، شاخص قیمت خارجی و مخارج کل بر روی کالاهای خارجی به ترتیب زیر هستند:

$$C_{it} = \left(\frac{P_{it}}{P_{Ft}} \right)^{-\gamma} C_{Ft} \quad (44)$$

$$P_{Ft} = \left(\int_0^1 P_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (45)$$

$$\int_0^1 P_{it} C_{it} di = P_{Ft} C_{Ft} \quad (46)$$

لایه سوم، تصمیم‌گیری در مورد حداقل‌سازی مخارج روی تقاضای کل داخلی و خارجی است:

$$\min P_{Ft} * C_{Ft} + P_{Ht} * C_{Ht} \quad s.t. \quad C_t \equiv \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{Ht}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{Ft}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

مشابه با حالت‌های قبل به ترتیب تقاضای مصرف داخلی، تقاضای مصرف خارجی، شاخص قیمت

کل و مخارج کل به ترتیب زیر به دست می‌آیند:

$$C_{Ht} = (1 - \alpha) \left(\frac{P_{Ht}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (47)$$

$$P_{Ht} C_{Ht} + P_{Ft} C_{Ft} = P_t C_t \quad (48)$$

$$C_{Ft} = \alpha \left(\frac{P_{Ft}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (49)$$

$$P_t = [(1 - \alpha) P_{Ht}^{1-\eta} + \alpha P_{Ft}^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (50)$$

لایه چهارم و نهایی تصمیم‌گیری خانوار برای حداکثرسازی مطلوبیت است. با توجه به مراحل قبلی می‌توان قید بودجه را مجدد بازنویسی کرد:

$$\max_{E_0} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$$

#

$$s.t. \quad P_t C_t + E_t Q_{t,t+1} D_{t+1} \leq D_t + W_t N_t + T_t$$

لاگرانژین مسئله را تشکیل داده و نسبت به متغیرهای انتخاب (مصرف، عرضه نیروی کار و پس‌انداز) مشتق می‌گیریم.

$$\mathcal{L} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_t, N_t) + \Lambda_t (D_t + W_t N_t + T_t - P_t C_t - E_t Q_{t,t+1} D_{t+1})] \quad (51)$$

پس از به‌دست آوردن شروط درجه اول برای مصرف و عرضه نیروی کار و حذف ضریب لاگرانژ معادله عرضه نیروی کار درون دوره‌ای به‌دست می‌آید:

$$-\frac{U_{n,t}}{U_{c,t}} = \frac{W_t}{P_t} \quad (52)$$

با مشتق‌گیری نسبت به D_{t+1} معادله اولر بین دوره‌ای به‌دست می‌آید:

$$1 = \beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}} \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \quad (53)$$

اگر تابع مطلوبیت را به شکل $U = \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N^{1+\varphi}}{1+\varphi}$ تصریح کنیم، معادله عرضه نیروی کار و مصرف بین دوره‌ای به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$C_t^{-\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t} \quad (54)$$

$$C_t^{-\sigma} = \beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} C_{t+1}^{-\sigma} \right] \quad (55)$$

معادلات فوق را حول نقطه تعادل پایا لگاریتم خطی‌سازی می‌کنیم. متغیرهای کوچک لگاریتم متغیرهای بزرگ است.

$$(\pi_{t+1} = p_{t+1} - p_t = \log P_{t+1} - \log P_t, i_t = -\log Q_t, \rho = -\log \beta, \alpha_t = \log X_t)$$

$$c_t = E_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) \quad (56)$$

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \phi n_t \quad (57)$$

۲. بخش خارجی: رابطه مبادله^۱، تورم داخلی^۲ و شاخص قیمت مصرف‌کننده^۳

رابطه مبادله دوجانبه بین اقتصاد داخلی (H) و کشور i به‌صورت نسبت شاخص قیمت کشور i (شاخص قیمت کالاهای وارداتی از کشور i) به شاخص قیمت کشور (H) (کالاهای تولید داخلی) تعریف می‌شود.

$$S_{it} = \frac{P_{it}}{P_{Ht}} \quad (58)$$

رابطه مبادله مؤثر که دربرگیرنده همه کشورهای طرف تجارت باشد به‌صورت زیر است. درواقع یک تجمع‌گر CES از رابطه مبادله‌های دوجانبه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_t = \frac{P_{Ft}}{P_{Ht}} = \frac{\left(\int_0^1 P_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}}{\left(\int_0^1 P_{Ht}(j)^{1-\varepsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}} = \left(\int_0^1 S_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (59)$$

اثبات این رابطه به این صورت است که P_{Ht} را داخل انتگرال می‌بریم:

$$S_t = \frac{P_{Ft}}{P_{Ht}} = \frac{\left(\int_0^1 P_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}}{\left(P_{Ht}^{1-\gamma} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}} = \left(\int_0^1 \left(\frac{P_{it}}{P_{Ht}} \right)^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = \left(\int_0^1 S_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (60)$$

حال تقریب مرتبه اول تیلور حول یک وضعیت پایای متقارن انجام می‌دهیم ($S_{it} = S_i = 1$) فرض می‌کنیم همه رابطه‌های مبادله دوجانبه برابر یک هستند. با قرار دادن $S_{it} = 1$ در انتگرال بالا مقدار رابطه مبادله مؤثر نیز برابر با یک به دست می‌آید ($S = 1$).

1. Terms of Trade
2. Domestic Inflation
3. Consumer Price Index

$$S_t = \left(\int_0^1 S_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \approx \left(\int_0^1 S_i^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} + \frac{1}{1-\gamma} \left(\int_0^1 S_i^{1-\gamma} di \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \int_0^1 (1-\gamma) S_i^{-\gamma} (S_{it} - S_i) di$$

$$= 1 + \int_0^1 (S_{it} - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{S_t - 1}{1} \approx \int_0^1 \frac{S_{it} - 1}{1} di$$

با استفاده از تقریب لگاریتمی $x \approx \ln(1+x)$ به رابطه زیر می‌رسیم:

$$s_t = p_{Ft} - p_{Ht} \approx \int_0^1 s_{it} di$$

معادله شاخص قیمت کل را حول یک وضعیت پایا متقارن لگاریتم خطی سازی می‌کنیم
($P_H = P_F = P$)

$$P_t \approx [(1-\alpha)P^{1-\eta} + \alpha P^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}} + \frac{1}{1-\eta} [(1-\alpha)P^{1-\eta} + \alpha P^{1-\eta}]^{\frac{\eta}{1-\eta}} \times$$

$$\times [(1-\alpha)(1-\eta)P^{-\eta}(P_{Ht} - P) + \alpha(1-\eta)P^{-\eta}(P_{Ft} - P)] =$$

$$= P + [(1-\alpha)(P_{Ht} - P) + \alpha(P_{Ft} - P)] \quad (61)$$

$$\Rightarrow \frac{P_t - P}{P} \approx (1-\alpha) \frac{P_{Ht} - P}{P} + \alpha \frac{P_{Ft} - P}{P}$$

$$\Rightarrow p_t \approx (1-\alpha)p_{Ht} + \alpha p_{Ft} = p_{Ht} + \alpha s_t$$

طبق فرمول (61) شاخص قیمت مصرف‌کننده برابر است با میانگین وزنی شاخص قیمت داخلی و شاخص قیمت واردات. تورم داخلی برابر با $\pi_{Ht} = p_{Ht} - p_{Ht-1}$ است؛ بنابراین:

$$\pi_t = p_t - p_{t-1} = (p_{Ht} + \alpha s_t) - (p_{Ht-1} + \alpha s_{t-1}) = \pi_{Ht} + \alpha \Delta s_t \quad (62)$$

طبق رابطه (62) رشد شاخص قیمت مصرف‌کننده برابر است با رشد شاخص قیمت داخلی (تورم کالای تولید داخل) به اضافه کسری از درصد تغییرات رابطه مبادله است.

۳. نرخ ارز حقیقی

ε_{it} نرخ اسمی ارز بین کشور i و کشور خانه تعریف می‌کنیم. $P_{it}^i(j)$ قیمت کالای j در کشور i به ارز خود کشور i است. فرض کنیم قانون قیمت واحد برای تمامی کالاها برقرار است (گذر کامل نرخ

ارز وجود دارد). $P_{it}(j)$ قیمت کالای j در کشور i است؛ بنابراین $P_{it}(j) = \varepsilon_{it} * P_{it}^i(j)$

$$P_{it} = \left[\int_0^1 P_{it}(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[\int_0^1 (\varepsilon_{it} * P_{it}^i(j))^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \varepsilon_{it} \left[\int_0^1 P_{it}^i(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \varepsilon_{it} P_{it}^i$$

بنابراین قانون قیمت واحد در سطح کشوری برقرار است که P_{it}^i نشان‌دهنده کالاهای داخلی تولید شده در کشور i است.

$$P_{Ft} = \left(\int_0^1 P_{it}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = \left(\int_0^1 (\varepsilon_{it} P_{it}^i)^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (۶۳)$$

رابطه (۶۳) را حول وضعیت پایای متقارن لگاریتم خطی‌سازی می‌کنیم ε_i و P_i^i را به P_i و ε_{it} به P_i می‌دانیم $P_i = \varepsilon_i P_i^i$

$$\begin{aligned} P_{Ft} &\approx \left(\int_0^1 [\varepsilon_i P_i^i]^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} + \frac{1}{1-\gamma} \left(\int_0^1 [\varepsilon_i P_i^i]^{1-\gamma} di \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \int_0^1 (1-\gamma) (\varepsilon_i P_i^i)^{-\gamma} P_i^i (\varepsilon_{it} - \varepsilon_i) di \\ &+ \frac{1}{1-\gamma} \left(\int_0^1 [\varepsilon_i P_i^i]^{1-\gamma} di \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \int_0^1 (1-\gamma) (\varepsilon_i P_i^i)^{-\gamma} \varepsilon_i (P_{it}^i - P_i^i) di \\ P_{Ft} - P &= P^\gamma \left[\int_0^1 \varepsilon_i^{-\gamma} (P_i^i)^{1-\gamma} (\varepsilon_{it} - \varepsilon_i) di + \int_0^1 \varepsilon_i^{1-\gamma} (P_i^i)^{-\gamma} (P_{it}^i - P_i^i) di \right] \\ p_{Ft} &= P^{\gamma-1} \left[\int_0^1 P_i^{1-\gamma} e_{it} di + \int_0^1 P_i^{1-\gamma} p_{it}^i di \right] \\ &= \int_0^1 e_{it} di + \int_0^1 p_{it}^i di = \\ &= e_t + p_t^* \end{aligned}$$

در این رابطه، p_t^* لگاریتم شاخص قیمت جهانی است. e_t نرخ ارز اسمی مؤثر است. طبق این رابطه کالاهای وارداتی، p_{Ft} از دو مجرای متفاوت گران می‌شوند. یکی هنگامی که ارز داخلی، e_t ارزش اسمی خود را از دست می‌دهد و دیگری زمانی که قیمت جهانی، p_t^* بالا می‌رود بدون آنکه حتی ارز اسمی تغییر کند. با جایگذاری رابطه (۶۴) در رابطه مبادله به رابطه (۶۵) می‌رسیم. رابطه مبادله به شکل یک تابع خطی از نرخ ارز اسمی مؤثر، شاخص قیمت جهانی و شاخص قیمت کالاهای تولید داخل نوشته شده است.

$$s_t = p_{Ft} - p_{Ht} = e_t + p_t^* - p_{Ht} \quad (۶۵)$$

نرخ ارز حقیقی دوجانبه بین کشور خانه و کشور خارجی i را به شکل زیر تعریف می‌کنیم که در آن ε_{it} نرخ ارز اسمی برابر با ارزش یک واحد پول خارجی به ارز داخلی است. اگر q_{it} افزایش یابد به معنای گران‌تر شدن کالای خارجی نسبت به کالای داخلی است. درواقع از دید کشور داخلی کاهش ارزش حقیقی ارز رخ داده است.

$$Q_{it} = \frac{\varepsilon_{it} P_{it}^i}{P_t} \quad (66)$$

از معادله (66) لگاریتم گرفته و نرخ ارز حقیقی مؤثر را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} q_t &= \int_0^1 q_{it} di = \int_0^1 (e_{it} + p_{it}^i - p_t) di = (e_t + p_t^*) - p_t = p_{Ft} - p_t = s_t + p_{Ht} - p_t \\ &= s_t + p_{Ht} - (p_{Ht} + \alpha s_t) = (1 - \alpha) s_t \end{aligned} \quad (67)$$

مطابق با رابطه (67) نرخ ارز حقیقی متناسب با رابطه مبادله است که ضریب تناسب $(1 - \alpha)$ میزان سهم مخارج کالای داخلی در سبد مصرف است. طبق این فرمول اگر رابطه مبادله ۱٪ رشد کند به دلیل اینکه مؤلفه شاخص قیمت مصرف‌کننده در مخارج نرخ ارز حقیقی به میزان $\alpha\%$ رشد می‌کند، خالص رشد نرخ ارز حقیقی برابر $\alpha\% (1 - \alpha)$ است.

۴. تسهیم ریسک بین‌المللی^۱

چون بازارها کامل فرض شده‌اند خانوارها می‌توانند دارایی مشروط به وضعیت^۲ معامله کنند و همه کشورها با نرخ تنزیل تصادفی یکسان مواجه می‌شوند. یعنی برای هر استیت قیمت ورقه آرو دوبرو در سطح جهانی یکسان است (چون معاملات بدون هزینه فرض شده و اصل عدم آربیتراژ برقرار است)؛ بنابراین خانوار داخلی و خارجی دارای معادله اولر یکسان هستند.

معادله اولر خانوار خارجی به ارز خود آن کشور است که با توجه به فرض قانون قیمت واحد به ارز کشور داخلی تبدیل می‌شود.

$$1 = \beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}} \frac{P_{it}}{P_{it+1}} \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} \right] = \beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}} \frac{\varepsilon_{it} P_{it}^i}{\varepsilon_{it+1} P_{it+1}^i} \left(\frac{C_{t+1}^i}{C_t^i} \right)^{-\sigma} \right] \quad (68)$$

با تقسیم معادله اولر داخل بر معادله اولر خارج رابطه زیر حاصل می‌شود:

1. International Risk Sharing
2. State Contingent Assets

$$\frac{1}{1} = \frac{\beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1} P_{t+1}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \right]}{\beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1} \varepsilon_{it+1} P_{it+1}^i} \left(\frac{C_{t+1}^i}{C_t^i} \right)^{-\sigma} \right]} = E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \left(\frac{C_{t+1}^i}{C_t^i} \right)^\sigma \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{\varepsilon_{it+1} P_{it+1}^i}{\varepsilon_{it} P_{it}^i} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_t^{-\sigma} = E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \left(\frac{C_{t+1}^i}{C_t^i} \right)^\sigma \frac{P_t}{\varepsilon_{it} P_{it}^i} \frac{\varepsilon_{it+1} P_{it+1}^i}{P_{t+1}} \right] = E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \left(\frac{C_{t+1}^i}{C_t^i} \right)^\sigma \frac{Q_{it+1}}{Q_{it}} \right] \quad (69)$$

$$\Rightarrow C_t = E_t \left[C_t^i \frac{C_{t+1}}{C_{t+1}^i} Q_{it+1}^{-\frac{1}{\sigma}} Q_{it}^{\frac{1}{\sigma}} \right] = E_t \left(\frac{C_{t+1}}{C_{t+1}^i Q_{it+1}^{\frac{1}{\sigma}}} \right) C_t^i Q_{it}^{\frac{1}{\sigma}} = \vartheta_i C_t^i Q_{it}^{\frac{1}{\sigma}}$$

مطابق با این رابطه چنانچه نرخ ارز حقیقی کاهش یابد (کالای خارجی نسبت به کالای داخلی ارزان‌تر شود) مصرف داخل نسبت به مصرف خارج می‌افتد. فرض بازار کامل باعث هم حرکتی مصرف داخل و خارج از طریق نرخ ارز شده است. نوسانات نرخ ارز $Q_{it}^{\frac{1}{\sigma}}$ عامل توضیح دهنده نوسانات کوتاه مدت مصرف و ϑ_i نشان‌دهنده تفاوت سطح مصرف بلندمدت دو کشور است. فرض کنیم شرایط اولیه متقارن باشد (ترجیحات یکسان و توزیع ثروت اولیه یکسان) Y بنابراین: $\vartheta_i = \vartheta = 1 \quad \forall i$

اگر در حالت پایا $\vartheta_i > 1$ باشد یعنی خالص دارایی خارجی مثبت است و کشور خانه همواره موقعیت طلبکار دارد و اگر $\vartheta_i < 1$ یعنی خالص دارایی خارجی منفی است و کشور خانه همواره موقعیت بدهکار دارد. این دو حالت تعادل ناپایدار هستند و با شرط عدم پانزی در تعارض است. پس از لگاریتم‌گیری از طرفین رابطه بالا چون معادله در سطح خانوار است از طرفین انتگرال می‌گیریم و فرمول نرخ ارز حقیقی با رابطه مبادله را جایگذاری می‌کنیم:

$$\int_0^1 c_t di = \int_0^1 \left(c_t^i + \frac{1}{\sigma} q_{it} \right) di = c^* + \frac{1-\alpha}{\sigma} s_t \quad (70)$$

بر اساس فرمول (70) نسبت مصرف داخلی به مصرف جهانی $(C_t - C_t^*)$ درحالی‌که بازارها را کامل فرض کرده بودیم متناسب با رابطه مبادله است. اگر شوک به رابطه مبادله وارد شود و یک درصد افزایش یابد قدرت انتقال این شوک به مصرف به درجه باز بودن اقتصاد و درجه ریسک‌گریزی وابسته است. هر چقدر تورش به سمت مصرف داخلی بیش‌تر باشد اثر شوک بزرگ‌تر است. همچنین هر چقدر درجه ریسک‌گریزی بیش‌تر باشد اثر شوک کم‌تر است. برای فهمیدن اینکه چرا افزایش

رابطه مبادله منجر به افزایش نسبی مصرف داخلی می شود باید دو عامل اثر درآمدی مستقیم^۱ و اثر غیرمستقیم ثروت^۲ را از یکدیگر تفکیک کرد. وقتی رابطه مبادله تضعیف می شود کالاهای خارجی در مقایسه با کالاهای داخلی گران تر شده و به ازای یک درآمد اسمی مشخص، درآمد حقیقی کاهش یافته و اثر منفی بر روی مصرف می گذارد (اثر درآمدی). از آنجاکه نرخ ارز حقیقی هم حرکتی با رابطه مبادله دارد؛ بنابراین این نرخ کاهش می یابد و باعث ارزان تر شدن کالای داخلی برای خارجیان است؛ بنابراین کشور خانه در آینده با تولید بیش تر می تواند درآمد بیش تری کسب کند چون فرض بازار کامل وجود دارد خانوارها می توانند آرو دوبرو برای دوره آتی بفروشند و مانع کاهش مصرف خود شوند (اثر ثروت). چون طبق فرمول در کل مصرف افزایش می یابد پس اثر ثروت بر اثر درآمدی غلبه دارد.

۵. رابطه برابری بهره بدون پوشش

حال فرض می کنیم خانوار می تواند اوراق قرضه داخلی B_{t+1} و اوراق قرضه خارجی B_{t+1}^* را بخرد. اوراق قرضه داخلی یک واحد به ارز خانه در دوره $t + 1$ و اوراق قرضه خارجی یک واحد به ارز خارجی در دوره $t + 1$ پرداخت می کند. خانوار در دوره t ارز داخلی را به ارز خارجی تبدیل می کند. اوراق خارجی می خرد و منفعت به دست آمده در دوره $t + 1$ را مجدداً به ارز داخلی تبدیل می کند. حال قید بودجه را مجدداً بازنویسی می کنیم:^۳

$$P_t C_t + E_t Q_{t,t+1} B_{t+1} + E_t Q_{t,t+1}^* B_{t+1}^* \leq B_t + \varepsilon_t B_t^* + W_t N_t + T_t \quad (۷۱)$$

معادله اولر برای اوراق داخلی و خارجی را می نویسیم:

$$1 = \beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \quad (۷۲)$$

$$1 = \beta E_t \left[\frac{1}{Q_{t,t+1}^*} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right] \quad (۷۳)$$

1. Direct Income Effect

2. Indirect Wealth Effect

۳. در اینجا چون هدف به دست آوردن شرط تعادلی عدم آربیتراژ در بازار مالی است بر خلاف قسمت قبل که یک دارایی مالی جهانی در قید بودجه وجود داشت و هدف به دست آوردن یک شرط تعادل حقیقی بود. در اینجا با جایگذاری یک ترکیب خطی از اوراق قرضه که جانشین کامل تک دارایی مثال قبل بود، قید بودجه بازنویسی شده است.

با تقسیم دو رابطه بر همدیگر و لگاریتم خطی‌سازی رابطه بین نرخ بهره داخلی و خارجی با رشد نرخ ارز حاصل می‌شود:

$$-i_t^* + i_t = E_t(e_{t+1} - e_t) = E_t \Delta e_{t+1} \Rightarrow i_t = i_t^* + E_t \Delta e_{t+1} \quad (74)$$

رابطه (۷۴) بیان می‌کند که نرخ بهره داخلی برابر است با مجموع نرخ بهره جهانی و رشد انتظاری نرخ ارز. بر اساس این رابطه اگر $i_t > i_t^*$ باشد چون اوراق داخلی بهره بیش‌تر می‌پردازد برای عدم برقراری آربیتراژ نرخ ارز رشد می‌کند تا منفعت حاصل خنثی شود. با توجه به رابطه که در قسمت قبل برای رابطه مبادله به‌دست آوردیم می‌توانیم فرمول زیر را به‌دست آورد:

$$E_t s_{t+1} - s_t = (E_t e_{t+1} - e_t) + (E_t p_{t+1}^* - p_t^*) + (E_t p_{Ht+1} - p_{Ht}) \quad (75)$$

با استفاده از رابطه برابری بهره بدون پوشش و مرتب‌سازی رابطه (۷۵) بر حسب s_t به معادله تفاضلی مرتبه اول تصادفی زیر می‌رسیم:

$$s_t = E_t s_{t+1} - (i_t - i_t^*) - E_t \pi_{t+1}^* + E_t \pi_{Ht+1} \\ = (i_t^* - E_t \pi_{t+1}^*) - (i_t - E_t \pi_{t+1}) + E_t s_{t+1} \quad (76)$$

پس از حل جلونگر معادله بالا و اعمال شرط تراگردی^۱ ($\lim_{T \rightarrow \infty} E_t s_T = 0$) رابطه (۷۷) به‌دست می‌آید. اگر این فرض را نکنیم معادله تفاضلی بیش‌مار جواب دارد و می‌تواند جواب لکه خورشیدی^۲ ایجاد کند یعنی حالتی که رابطه مبادله فقط به‌خاطر انتظار آحاد اقتصادی در حال تغییر است حتی اگر هیچ متغیر بنیادی (مثل نرخ بهره) تغییر نکرده باشد.

$$s_t = \sum_{k=0}^{\infty} E_t [(i_{t+k}^* - \pi_{t+k}^*) - (i_{t+k} - E_t \pi_{t+k})] \quad (77)$$

بر اساس این رابطه وقتی نرخ بهره حقیقی خانه r_t افزایش می‌یابد باعث ورود سرمایه به داخل کشور می‌شود که این امر موجب تقویت ارز داخلی و بهبود رابطه مبادله می‌شود. بالعکس اگر نرخ بهره حقیقی خارج r_t^* افزایش یابد باعث خروج سرمایه و کاهش ارزش پول داخلی و تضعیف رابطه مبادله می‌شود. این معادله نشان می‌دهد نرخ ارز و قیمت‌های صادرات و واردات چگونه به سیاست‌های پولی پیش‌بینی شده بانک مرکزی واکنش نشان می‌دهد.

آزمون‌های تجربی برابری نرخ بهره بدون پوشش

نتیجه به‌دست آمده برای رابطه برابری بهره بدون پوشش در معادله مبتنی بر چند فرض است.

1. Transversality Condition
2. Sunspots Equilibrium

اولین و مهم‌ترین فرض کامل بودن بازارها است. دومین فرض برقراری قانون قیمت واحد (گذر کامل نرخ ارز) است. سومین فرض اینکه هیچ‌گونه اصطکاکی در الگو در نظر گرفته نشده است. درحالی‌که می‌دانیم در دنیای واقعی هیچ‌کدام از این فرض‌ها برقرار نیستند؛ بنابراین رابطه برابری بهره بدون پوشش عملکرد خوبی به‌طور تجربی ندارد. مطالعات زیادی به سمت اصلاح این رابطه و افزودن اصطکاک به الگو اصلی رفته‌اند که مجموعاً عملکرد را بهبود بخشیدند.

رابطه برابری بهره بدون پوشش یک شرط کلیدی تعادلی در اقتصاد کلان و مالیه بین‌الملل است. این رابطه تفاوت نرخ بهره اسمی کشورها را به رشد انتظاری نرخ ارز مرتبط می‌کند. در این رابطه ریسک تغییرات نرخ ارز دیده نشده است. درمقابل رابطه برابری بهره با پوشش قرار دارد که سرمایه‌گذاران از قراردادهای فیوچرز ارزی استفاده کرده و خود را در برابر ریسک نرخ ارز مصون می‌دارند. علی‌رغم اینکه رابطه برابری بهره بدون پوشش نقش مهمی در نظریه ایفا می‌کند ولی در آزمون‌های تجربی عملکرد ضعیفی دارد که این مسئله موجب انجام مطالعات تجربی بسیار زیادی در این حوزه برای تطبیق مشاهدات تجربی با نظریه شده است. در ادامه به بررسی بنیان‌های نظری این رابطه، یافته‌های تجربی و توضیحات مرتبط با دلایل توضیح‌دهنده انحراف این رابطه می‌پردازیم. ریشه‌های نظریه رابطه برابری بهره بدون پوشش به تحلیل‌های تحرک سرمایه بین‌المللی توسط **کینز (۱۹۲۳)** و **اینزیگ^۱ (۱۹۳۷)** برمی‌گردد؛ اما کارهای نوین انجام شده در این حوزه بعد از توسعه انتظارات عقلایی و بهینه‌سازی بین‌دوره‌ای بوده است. زمانی که در بازارها اصطکاک وجود ندارد، سرمایه‌گذاران ریسک خنثی هستند و بازارها کامل هستند، رابطه برابری بهره بدون پوشش مطابق با اصل عدم آربیتراژ برقرار است و سرمایه‌گذاران بین سرمایه‌گذاری بر روی اوراق داخلی و خارجی بی تفاوت خواهند بود. **لوکاس^۲ (۱۹۸۲)** در چارچوب یک تعادل عمومی برای ارزش‌گذاری دارایی‌ها نشان داد شرط برابری بهره بدون پوشش خروجی انتخاب پرتفوی بهینه است. در این الگو UIP یک خروجی تعادلی است و نه یک فرض رفتاری. الگو جهش نرخ ارز^۳ **دورنبوش^۴ (۱۹۷۶)** در یک محیط با چسبندگی قیمت‌ها نشان داد در صورت وقوع شوک سیاست پولی باعث وقوع شوک ارز و انحراف از روند بلندمدت می‌شود که سازگار با UIP است. مطالعات تجربی اولیه بر روی UIP با کارهای **هنسن و رودریک^۵ (۱۹۸۰)**

1. Keynes and Einzig
2. Lucas
3. overshooting
4. Dornbusch
5. Hodrick and Hansen

و فاما^۱ (۱۹۸۴) انجام شد که به‌طور پیوسته رابطه برابری را رد کرد. رگرسیون تغییرات نرخ ارز بر روی تفاوت نرخ بهره اغلب ضرایب منفی به جای ضریب واحد به‌دست می‌دهد. ارزهای با نرخ بهره بالاتر به جای بی‌ارزش شدن، تقویت می‌شدند که در تناقض با UIP است. این پدیده به معمای صرفه‌فوارد^۲ مشهور شد. فاما (۱۹۸۴) نشان داد که بیش‌تر تغییرات تفاوت نرخ بهره را صرفه ریسک متغیر با زمان به‌جای تغییرات انتظاری نرخ ارز توضیح می‌دهد. شکست تجربی UIP یکی از قوی‌ترین یافته‌های مالیه بین‌الملل است که موجب انجام کارهای نظری گسترده در این حوزه شد.

یکی از توضیحات ارائه شده در مورد شکست تجربی UIP کنار گذاشتن فرض خنثایی ریسک (معادل فرض کامل بودن بازار مالی) است. در الگوهای قیمت‌گذاری دارایی‌ها مبتنی بر مصرف، UIP دارای یک ترم صرفه ریسک است که بستگی به کوواریانس نوسانات نرخ ارز و مطلوبیت نهایی مصرف دارد؛ به‌عنوان مثال زمانی که مطلوبیت نهایی مصرف بالا است اگر بازدهی ارز خارجی پایین باشد سرمایه‌گذار نیاز به جبران بازده بالاتری دارد تا مجاب به نگهداری دارایی خارجی شود. آبستفلد و راگاف^۳ (۱۹۹۵ و ۲۰۰۰)، گالی و موناکلی^۴ (۲۰۰۵) برای توضیح این پدیده فرض می‌کنند بازارهای بین‌المللی دارایی‌ها ناکامل هستند. آن‌ها یک صرفه ریسک حساس به بدهی^۵ معرفی می‌کنند که وابسته به خالص موقعیت دارایی‌های خارجی است. در این الگو به‌دلیل وجود مانایی^۶ بدهی خارجی قدرت توضیح‌دهندگی الگو برای نوسانات نرخ ارز افزایش داشته است. مطالعات بعدی نشان داد که شوک‌های صرفه ریسک سهم بسزایی در توضیح نوسانات نرخ ارز دارند درحالی‌که اثر آن‌ها بر روی تورم و تولید بسیار کم است. فرانکل و فروت^۷ (۱۹۸۷) و ایتو^۸ (۱۹۹۰) علت شکست UIP را به‌جای صرفه ریسک، خطای سیستماتیک انتظارات معرفی می‌کنند. مطالعات مبتنی بر نظرسنجی آن‌ها نشان داد که انتظارات نرخ ارز همواره بایاس هستند و انتظارات عقلایی را برآورده نمی‌کنند. کارهای جدیدتر انجام شده در این حوزه باورهای ناهمگون^۹ و بایاس‌های رفتاری^{۱۰} را نیز در الگوها ترکیب

1. Fama
2. Forward Premium Puzzle
3. Obstfeld and Rogoff
4. Gali and Monacelli
5. Debt Elastic
6. Stationarity
7. Frankel and Froot
8. Ito
9. Heterogeneous Beliefs
10. Behavioral Biases

کرده‌اند. برای توضیح این امر بعد از بحران مالی پژوهش‌های انجام گرفته بر نقش اصطکاک مالی و محدودیت آربیتراژ تأکید شد. گابایکس و مگیوری^۱ (۲۰۱۵) نشان دادند نرخ ارز توسط واسطه‌هایی که تحمل ریسک محدود دارند تعیین می‌شوند و انحرافات مربوط به UIP به شکل درون‌زا و برای جبران محدودیت قیدهای ترازنامه هستند. در حالت‌هایی که بازارهای مالی کامل هستند (اسناد مالی آرو-دوبرو وجود دارند) و یا افراد ریسک خنثی باشند، مطلوبیت نهایی مصرف با نرخ ارز کوواریانس ندارد. ولی اگر افراد ریسک‌گریز باشند که مطالعات تجربی مؤید این گزاره هست، و نیز دارایی‌های ارزی از اجزای تشکیل‌دهنده پرتفو آن‌ها است. با استناد به قضیه حساسیت مصرف افراد به ارزش دارایی‌ها^۲ می‌توان استنتاج کرد که عوامل اقتصادی نسبت به نوسان نرخ ارز حساس هستند و همبستگی نرخ ارز با مصرف مخالف صفر است؛ بنابراین اگر $M_{t,t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$ تعریف کنیم آنگاه کوواریانس بین رشد نرخ ارز و رشد مصرف مخالف صفر خواهد بود.

$$Cov_t \left(M_{t,t+1}, \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right) \neq 0^3 \quad (78)$$

با استفاده از تعریف کوواریانس به‌دست می‌آید:

$$E_t \left(M_{t,t+1} \cdot \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right) = E_t(M_{t,t+1}) E_t \left(\frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right) + Cov_t \left(M_{t,t+1}, \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right) \quad (79)$$

با جایگذاری رابطه (۷۹) در معادله‌ای که از تقسیم اولر داخلی و خارجی در قسمت قبل به‌دست آمد رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$1 + i_t = (1 + i_t^*) \left[E_t \left(\frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right) + \frac{Cov_t \left(M_{t,t+1}, \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t} \right)}{E_t(M_{t,t+1})} \right] \quad (80)$$

پس از لگاریتم خطی‌سازی معادله رابطه برابری بهره بدون پوشش اصلاح شده به‌دست می‌آید که شامل ترم صرفه ریسک نیز هست و همان‌طور که اشاره شد نوسانات نرخ ارز به‌عنوان یک دارایی در سبد آحاد اقتصادی باعث تغییر در درآمد افراد شده و بر مصرف آن‌ها اثر گذار است. ترم کوواریانس عامل اصلی شکست تجربی رابطه برابری بدون بهره است چرا که رابطه برابری بهره بدون پوشش عادی صرفاً یک حالت خاص ($\varphi_t = 0$) است.

1. Maggiori and Gabaix
2. Consumption CAPM (Capital Asset Pricing Model)
3. Degree of Incompleteness

$$i_t \approx i_t^* + E_t \Delta e_{t+1} + \varphi_t \quad (۸۱)$$

$$\varphi_t = \frac{Cov_t(M_{t,t+1}, \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t})}{E_t(M_{t,t+1})} \quad (۸۲)$$

رابطه (۸۲) به‌طور نظری و تجربی منفی است چون هنگامی که نرخ ارز افزایش می‌یابد خانوار به دلیل گرانی واردات به سمت مصرف داخلی جانشین‌سازی می‌کند؛ بنابراین تقاضای مصرف داخلی افزایش یافته و موجب کاهش مطلوبیت حاشیه‌ای می‌شود. وقتی مصرف داخلی امروز نسبت به فردا افزایش یابد مقدار $M_{t,t+1}$ که نشان‌دهنده رشد مطلوبیت حاشیه‌ای است کاهش می‌یابد؛ بنابراین $Cov_t(M_{t,t+1}, \frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t}) < 0$. با مرتب‌سازی مجدد رابطه به شکل زیر به این نتیجه می‌رسیم که تفاوت نرخ بهره داخل و خارج باید علاوه بر رشد نرخ ارز، صرف ریسک را نیز جبران نماید.

$$-i_t^* \approx E_t \Delta e_{t+1} + \varphi_t \quad (۸۳)$$

اگر رگرسیون رابطه برابری بهره بدون پوشش $\Delta s_{t+1} = \alpha + \beta(i_t - i_t^*) + \varepsilon_{t+1}$ انجام شود (بدون در نظر گرفتن ترم کوواریانس) ضریب β برابر با یک نیست، بسیار کم‌تر و در اغلب موارد منفی است. اگر رابطه برابری بدون پوشش عادی برقرار بود با افزایش یک درصد نرخ بهره داخلی باید یک درصد نرخ ارز افزایش یابد درحالی‌که وقتی به داده‌های دنیای واقعی نگاه می‌کنیم افزایش نرخ بهره باعث افزایش ارزش پول ملی در کوتاه‌مدت می‌شود. دلیل این امر این است که ترم محذوف کوواریانس (که منفی است) با شکاف نرخ بهره همبستگی دارد و مسئله درون‌زایی ایجاد کرده است. درواقع حد احتمال تخمین گر β به‌صورت زیر است:

$$plim \hat{\beta} = 1 + \frac{Cov(\varphi_t, i_t - i_t^*)}{Var(i_t - i_t^*)} \quad (۸۴)$$

هنگام انجام رگرسیون OLS برای اینکه یک تخمین‌گر ناریب از ضریب $\beta = 1$ به‌دست آید باید همبستگی ترم خطا با متغیر مستقل صفر باشد؛ اما چون در اینجا ترم صرفه ریسک یک متغیر غیرقابل مشاهده است عملاً درون ترم خطا قرار دارد و باعث یک وابستگی بسیار بالا بین ترم خطا با متغیر شکاف نرخ بهره می‌شود. طبق رابطه تخمین‌گر $\hat{\beta}$ همواره اریب به سمت پایین دارد؛ مثلاً هنگامی که بانک مرکزی نرخ بهره را برای مقابله با تورم افزایش دهد این امر باعث کاهش رشد مصرف شده (افزایش $M_{t,t+1}$) و تأثیر اولیه آن افزایش ارز پول داخلی (کاهش $\frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t}$) شده و توزیع توأم دو متغیر

۱. کوواریانس منفی برای کشورهایی برقرار است که اصطلاحاً (Safe Haven) هستند. علامت کوواریانس برای اقتصادهای نوظهور مثبت است.

$M_{t,t+1}$ و $\frac{\varepsilon_{t+1}}{\varepsilon_t}$ را تغییر می‌دهد؛ بنابراین ترم کوواریانس یا همان صرف ریسک تغییر خواهد کرد. نکته قابل توجه این است که این تحلیل برای دوره کوتاه‌مدت برقرار است. در بلندمدت گران شدن کالای خارجی مخصوصاً مواد اولیه و انرژی که نهاده تولید هستند باعث افزایش هزینه تولید شده و بنگاه‌های تولیدکننده بسته به کشش بازار بخشی از این افزایش قیمت را به مصرف‌کننده انتقال می‌دهند و تورم افزایش می‌یابد. درواقع اثر افزایش قدرت خرید اولیه در نهایت با افزایش قیمت کالای داخلی خنثی می‌شود. همچنین رابطه مبادله نیز بدتر می‌شود چون کشور برای یک مقدار مشخص کالای وارداتی باید کالای بیش‌تری صادر کند؛ بنابراین کاهش ارزش پول ملی یک کشور را در بلندمدت ثروتمندتر نمی‌کند^۱.

همان‌طور که قبل‌تر اشاره شد در دنیای واقعی بازارهای دارایی ناکامل بوده و دارای اصطکاک هستند؛ بنابراین امکان پوشش ریسک به‌طور کامل وجود ندارد. مطالعات تجربی نشان داده‌اند عواملی مانند احتمال نکول حاکمیت و عدم قابلیت اجرای قراردادهای، کژمنشی با پول حاصل از سرمایه خارجی و فقدان تعهد^۲، منافع کم حاصل از تسهیم ریسک (کارن و لویس، ۲۰۰۰) و تمایل به نگهداری سهام داخلی^۴ (لیندا و همکاران، ۱۹۹۵) در کنار عواملی که پیشتر به آن اشاره شد باعث ناکاملی درون‌زای بازارها شده است.

جمع‌بندی

این مقاله مروری، چارچوب نظری الگوی نوکینزی برای نمونه‌ای از یک اقتصاد باز کوچک را دنبال کرده و به‌طور ویژه بر استنباط دو شرط تسهیم ریسک و برابری بهره بدون پوشش متمرکز بوده است. هر دو شرط، به شکلی مفهومی از الگوواره بازارهای کامل نشئت می‌گیرند؛ شرط نخست با بهره‌گیری از عامل تنزیل تصادفی مشترک و شرط دوم از طریق قاعده آریترائز پرتفو به‌دست می‌آیند و معیاری روشن برای درک هم‌حرکتی مصرف در میان کشورها و پویایی‌های نرخ ارز فراهم می‌سازند. باین‌حال، این ظرافت نظری در تقابل آشکار با شکنندگی تجربی آن قرار دارد. ردِ نظام‌مند تسهیم کامل ریسک که در معمای باکوس-اسمیت متجلی است، و همچنین شکستِ ساختاری شرط برابری بهره که در معمای صرف آتی نمایان می‌شود، پژوهشگران را بر آن داشته تا ماهیت یکپارچگی مالی بین‌المللی را

1. No Free Lunch
2. Sovereign Risk
3. Moral Hazard
4. Home Equity Bias

به کلی بازنگری کنند. در نتیجه، ادبیات اقتصادی به‌طور قاطعی از معیار بدون اصطکاک فاصله گرفته است. اصلاحات نوین، مفاهیمی چون بازارهای دارایی ناقص، انحراف از انتظارات عقلایی، ناهمگونی سرمایه‌گذاران، صرف ریسک متغیر با زمان و کانال‌های قیمت‌گذاری متناسب با بازار را دربرمی‌گیرند. این سیر تحول از معیار بازارهای کامل به‌سوی الگوهای مقاوم‌تر تجربی، بیانگر کشمکش علمی بنیادین در اقتصاد کلان است: تلاشی مستمر برای آشتی دادن مبانی خرد با پیچیدگی‌های داده‌های کلان برای به‌دست آوردن چارچوبی یکپارچه که بتواند هم بیش‌نوسانی کوتاه‌مدت و هم تعادل بلندمدت را در اقتصادهای باز به‌گونه‌ای استوار به تصویر بکشد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از حمایت و همکاری معنوی داوران ناشناس «پژوهشنامه اقتصاد و برنامه‌ریزی» کمال تشکر را دارد.

منابع

- Adams, J.J., & Barret, P. (2017). Resolving International Macro Puzzles with Imperfect Risk Sharing and Global Solution Methods. Working Papers.
- Berka, Martin, Mario Crucini and Chih-Wei Wang, 2012. International risk sharing and commodity prices. *Canadian Journal of Economics* 45, 417-447. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5982.2012.01706.x>
- Backus, D. K., & Smith, G. W. (1993). Consumption and real exchange rates in dynamic economies with non-traded goods. *Journal of International Economics*, 35(3-4), 297-316. [https://doi.org/10.1016/0022-1996\(93\)90021-O](https://doi.org/10.1016/0022-1996(93)90021-O)
- Cociuba, S. E., & Ramanarayanan, A. (2019). International risk sharing with endogenously segmented asset markets. *Journal of International Economics*, *118*, 18-37. <https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2018.12.003>
- Einzig, P. (1962). A Dynamic Theory of Forward Exchange. London: Macmillan. (IMF eLibrary)
- Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1991). Substitution, risk aversion, and the temporal behaviour of consumption and asset returns: An empirical analysis. *Journal of Political Economy*, 99(2), 263-286. <https://doi.org/10.1086/261750>
- Eugene Fama (1984). Forward and spot exchange rates. *Journal of Monetary Economics*, 14, 319-338.
- Frankel, J. A., & Froot, K. A. (1987). Using survey data to test standard propositions regarding exchange rate expectations. *American Economic Review*, 77(1), 133-153. (IMF eLibrary)
- French, K. R., & Poterba, J. M. (1991). Investor diversification and international equity

- markets. *American Economic Review*, 81(2), 222–226. <https://doi.org/10.3386/w3609>
- Gali, J., & Monacelli, T. (2005). Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy. *Review of Economic Studies*, 72(3), 707–734. <https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2005.00349.x>
- Gabaix, X., & Maggiori, M. (2022). Exchange Rate Theory: The Uncovered Interest Parity Puzzle and Beyond. Annual Review articles and lecture notes are also widely cited, though the 2015 QJE paper is the standard reference.
- Hansen, L. P., & Hodrick, R. J. (1980). Forward exchange rates as optimal predictors of future spot rates: An econometric analysis. *Journal of Political Economy*, 88(5), 829–853. <https://doi.org/10.1086/260910>
- Harold L. Cole, & Maurice Obstfeld (1991). Commodity trade and international risk sharing: How much do financial markets matter? *Journal of Monetary Economics*, 28(1), 3–24. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(91\)90023-H](https://doi.org/10.1016/0304-3932(91)90023-H)
- Harold L. Cole, & Timothy J. Kehoe (2000). Self-Fulfilling Debt Crises. *Review of Economic Studies*, 67(1), 91–116. <https://doi.org/10.1111/1467-937X.00123>
- Hess, G. D., & Shin, K. (1998). Risk and exchange rate expectations. *Open Economies Review*.
- Ito, T. (1988). Use of (time-domain) vector autoregressions to test uncovered interest parity. (less cited than the AER paper). <https://doi.org/10.2307/1928314>
- Karen K. Lewis (2000). Why Do Stocks and Consumption Imply Such Different Gains from International Risk Sharing? *Journal of International Economics*, 52(1), 1–35. [https://doi.org/10.1016/S0022-1996\(99\)00027-6](https://doi.org/10.1016/S0022-1996(99)00027-6)
- Keynes, J. M. (1923). *A Tract on Monetary Reform*. London: Macmillan. (IMF eLibrary)
- Linda L. Tesar, & Ingrid M. Werner (1995). Home Bias and High Turnover. *Journal of International Money and Finance*, 14(4), 467–492. [https://doi.org/10.1016/0261-5606\(95\)00023-8](https://doi.org/10.1016/0261-5606(95)00023-8)
- Lucas, R. E. Jr. (1982). Interest rates and currency prices in a two-country world. *Journal of Monetary Economics*, 10(3), 335–359.
- Marcos, Silveira (2006). “Two-Country New Keynesian DSGE Model: A Small Open Economy as a Limit Case.” IPEA Discussion Paper No. 1157.
- Obstfeld, M., & Rogoff, K. (1995). Exchange rate dynamics redux. *Journal of Political Economy*, 103(3), 624–660. <https://doi.org/10.1086/261997>
- Obstfeld, M., & Rogoff, K. (2000). The six major puzzles in international macroeconomics: Is there a common cause? NBER Working Paper No. 7777. <https://doi.org/10.3386/w7777>
- Rouillard, J.-F. (2018). International risk sharing and financial shocks. *Journal of International Money and Finance*, *82*, 26–44. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2017.12.005>
- Wang, H. (2014). Limited participation and international risk sharing: Does the nominal exchange rate matter? (SSRN Working Paper No. 2412041) <https://doi.org/10.2139/ssrn.2506728>

پیوست: استخراج کامل رابطه برابری بهره تعدیل شده با ریسک

سرمایه‌گذار داخلی اگر امروز با ۱ واحد پول داخلی اوراق داخلی با نرخ بهره i_t خریداری کند فردا $1 + i_t$ را به دست می‌آورد؛ بنابراین طبق شرط عدم آربیتراژ رابطه (۱) برقرار است:

$$1 = E_t[M_{t+1} \times (1 + i_t)] \quad (۱)$$

چنانچه سرمایه‌گذار داخلی تصمیم بگیرد ۱ واحد پول داخلی را به ارز خارجی تبدیل کند و اوراق خارجی خریداری کند تا بهره i_t^* را به دست آورد، برابر اصل عدم آربیتراژ رابطه (۲) برقرار خواهد بود:

$$1 = E_t[M_{t+1} \times (1 + i_t^*) \times \frac{S_{t+1}}{S_t}] \quad (۲)$$

از طرفین رابطه (۱) و (۲) لگاریتم گرفته و قاعده انتظارات لگاریتمی^۱ را اعمال می‌کنیم:

$$i_t = -E_t[m_{t+1}] - \frac{1}{2}Var_t[m_{t+1}] \quad (۳)$$

$$i_t^* = -E_t[m_{t+1}] - \frac{1}{2}Var_t[m_{t+1}] - E_t[\Delta s_{t+1}] - \frac{1}{2}Var_t[\Delta s_{t+1}] - cov(m_{t+1}, \Delta s_{t+1}) \quad (۴)$$

رابطه (۳) را از رابطه (۴) کسر می‌شود:

$$i_t - i_t^* = E_t[\Delta s_{t+1}] + \frac{1}{2}Var_t[\Delta s_{t+1}] + cov(m_{t+1}, \Delta s_{t+1}) \quad (۵)$$

مقدار واریانس در کارهای تجربی معمولاً بسیار کوچک است؛ بنابراین از آن صرف‌نظر می‌شود:

$$i_t - i_t^* \approx E_t[\Delta s_{t+1}] + cov(m_{t+1}, \Delta s_{t+1}) \quad (۶)$$

نحوه ارجاع به مقاله:

جلالی نائینی، سید احمد رضا و شریف مقدم، احسان (۱۴۰۵). مروری بر مبحث تسهیم ریسک بین المللی و برابری نرخ بهره. پژوهشنامه اقتصاد و برنامه ریزی، ۳۱(۱)، ۴۵-۷۷

Jalali Naeini, A & SharifMoghaddam, E. (2025). A Review of International Risk Sharing and Interest Rate parity. *Economic and Planning Research*, 31(1). 45-77.

DOI: <https://doi.org/10.52547/eprj.31.1.45>

Copyrights:

Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Planning and Budgeting. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

